



LABORATORIO DI VISIONE ARTIFICIALE

Tel. 0382/391372

Telefax 0382/41288

Tecniche e Strumenti per l'Elaborazione di Immagini ed il Riconoscimento di Forme

Parte I: Livello Basso e Intermedio

5.

18 ottobre 1989

c/o SPERONI Spa, Spessa Po

M. Ferretti:

Morfologia matematica. Operazioni ricorsive e propagazione

riindere delahen
evonise

- propneti alpebri

MORFOLOGIA MATEMATICA

PRELIMINARI

- Metodo per QUANTIFICARE la descrizione di una STRUTTURA

- Si basa su fondamenti ALGEBRICI e TOPOLOGICI
ha come oggetti INSIEMI
strumenti TRASFORMAZIONI
per produrre MISURE

- L'aspetto STRUTTURALE è dato da un particolare insieme scelto come forma "campione" con la quale si "incontra" sugli altri insiemi.

→ ELEMENTO STRUTTURANTE

- 2 termini del russo per indicare VERITA'

PRAVDA

----- morfologia matematica

ISTINA

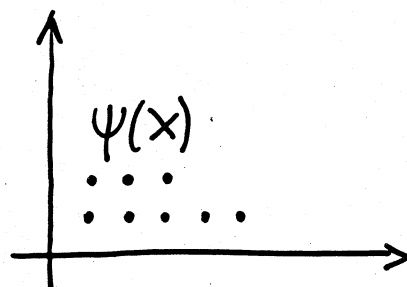
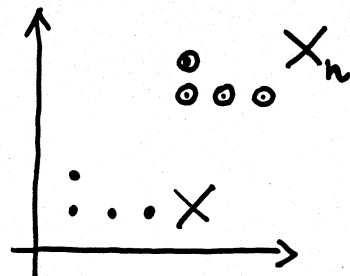
MORFOLOGIA MATEMATICA

PRELIMINARI

X un insieme

X_h l'insieme
traslato di h

$\psi(X)$ una trasformazione
nell'insieme X



① $\psi(X_h) = [\psi(X)]_h$ traslazione

② $\psi(\lambda X) = \lambda \psi(X) \quad \lambda \in \mathbb{R}, \lambda > 0$ omotetia
(cambiamento di
scale)

③ $\forall Z' \text{ limitato}, \exists Z \text{ limitato}$ località

$$[\psi(X \cap Z)] \cap Z' = \psi(X) \cap Z'$$

④ Per ogni sequenza decrescente di
insiemi chiusi che tende a Δ e ogni
trasformazione ψ estensiva, deve esistere
una corrispondente sequenza che tende
al traslato di Δ semi-continuità

OPERATORI ALGEBRICI

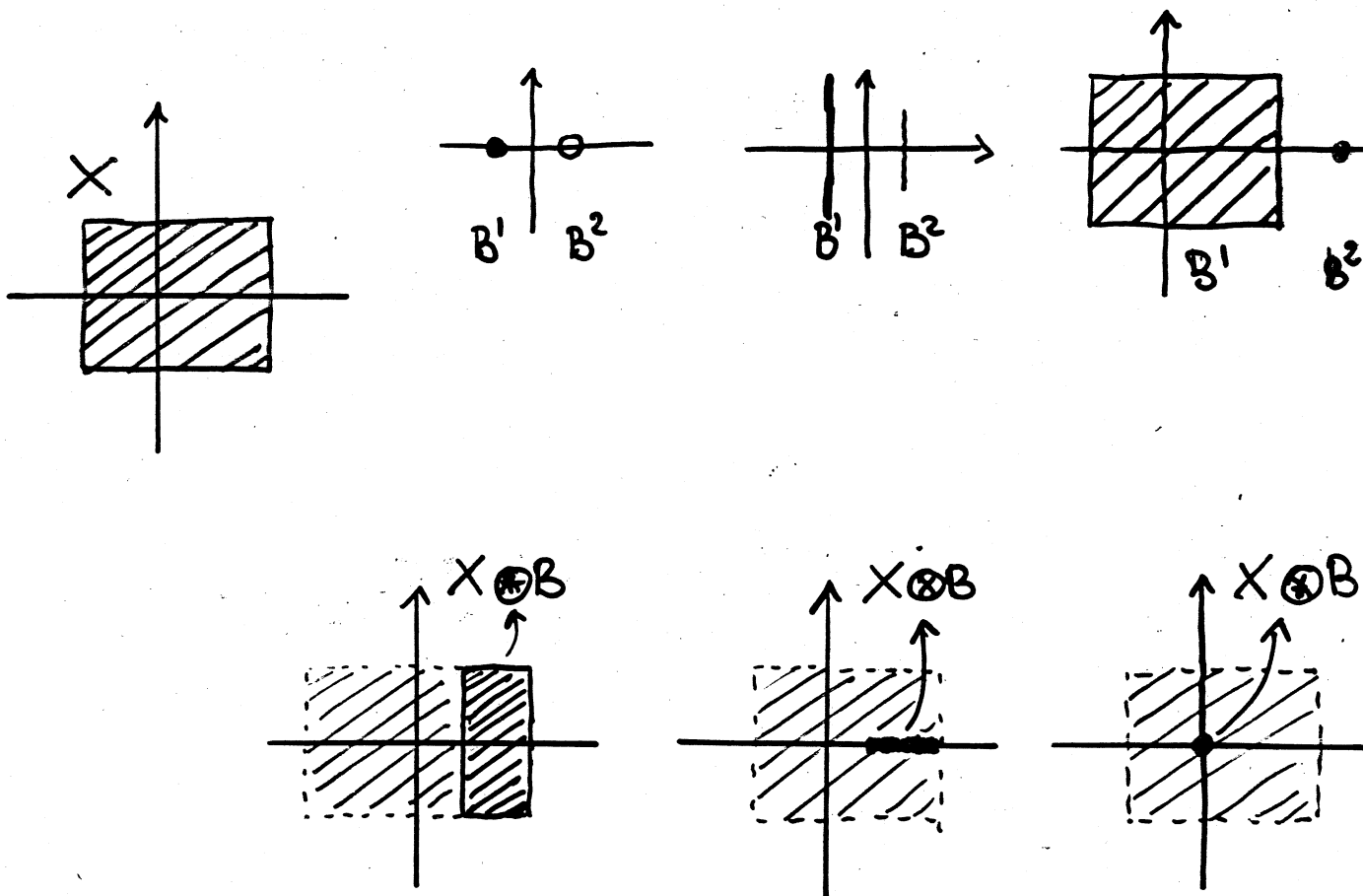
LA TRASFORMATA HIT or MISS

Si sceglie un elemento STRUTTURANTE B composto di 2 insiemi disgiunti B^1 e B^2

$$B = B^1 \cup B^2 ; B^1 \cap B^2 = \emptyset$$

Si definisce

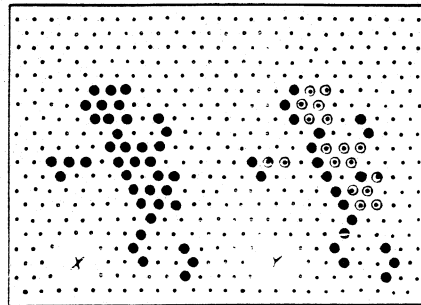
$$X \circledast B = \{x : B_x^1 \subset X ; B_x^2 \subset \bar{X}\}$$



MORFOLOGIA MATEMATICA

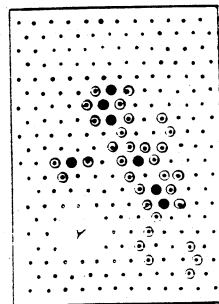
OPERATORI ALGEBRICI

Esempi di trasformazione HIT or MISS



$$B^1 = \{ \bullet \} \quad B^2 = \emptyset$$

Structuring elements
For $X: B = \{ \bullet \}$
For $Y: B' = b_2, b_3 = \{ \begin{smallmatrix} \bullet \\ \bullet \end{smallmatrix} \}$



Structuring element
For $Y: B = \{ \circ \bullet \bullet \bullet \circ \}$

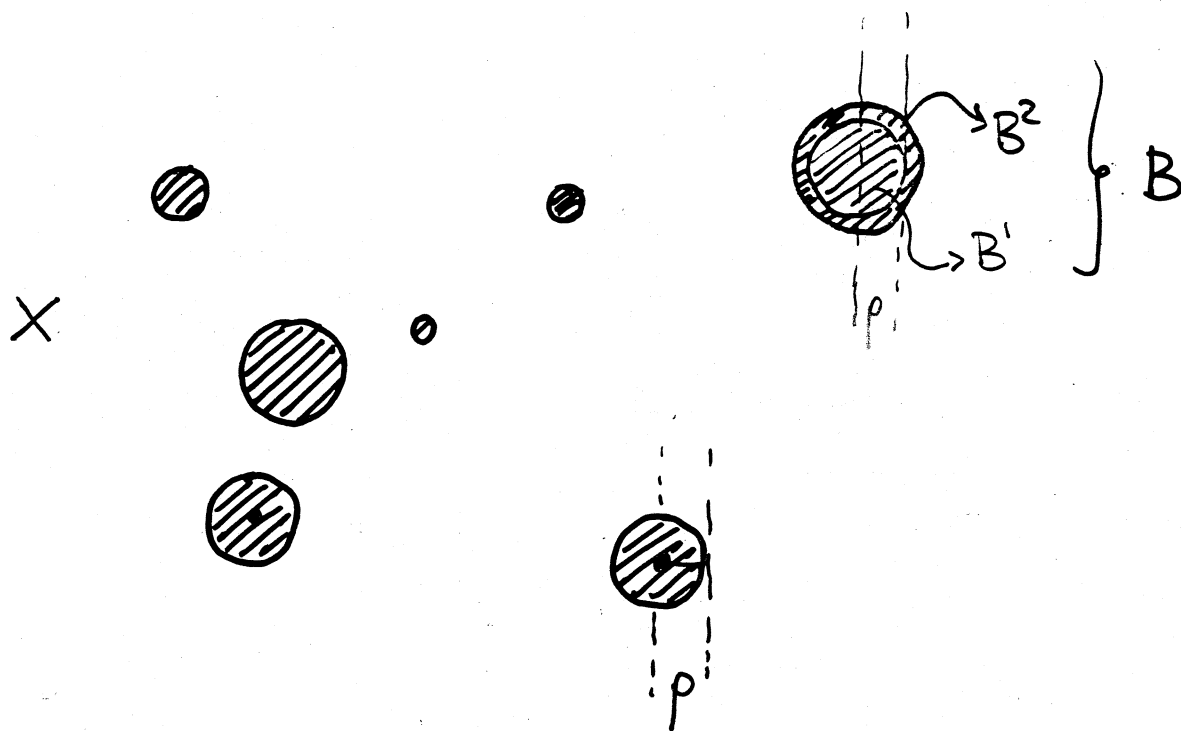
$$B^1 = \{ \bullet \bullet \bullet \}$$

$$B^2 = \{ \circ \dots \circ \}$$

MORFOLOGIA MATEMATICA

OPERATORI ALGEBRICI

Esempi di HIT or HISS



$$Y = X \otimes B$$

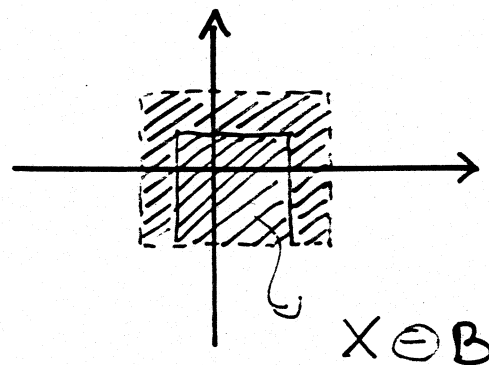
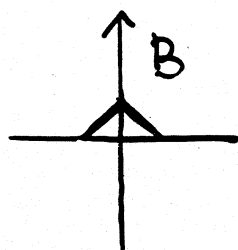
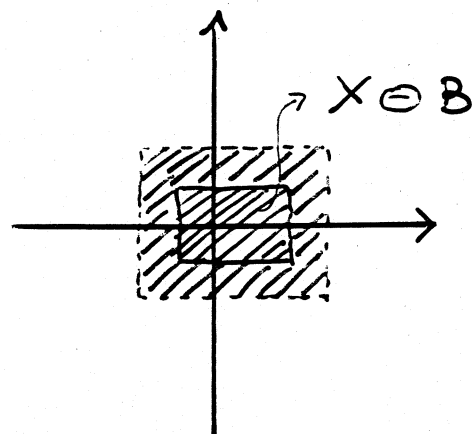
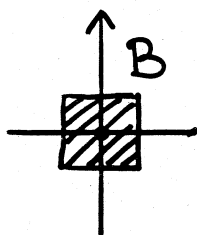
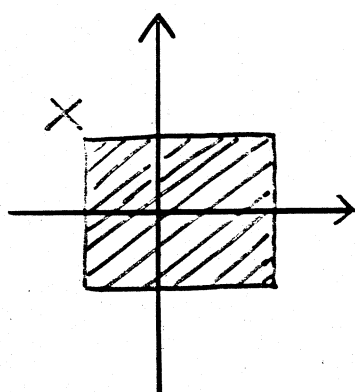
MORFOLOGIA MATEMATICA

EROSIONE

- caso particolare di HIT or MISS in cui $B^2 = \phi$

$$X \ominus B = \{x : B_x \subset X\}$$

è il luogo dei centri dell'elemento strutturante in corrispondenza di cui l'elemento strutturante è completamente incluso in X

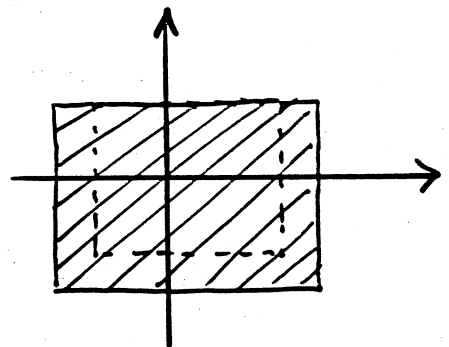
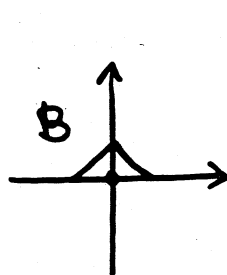
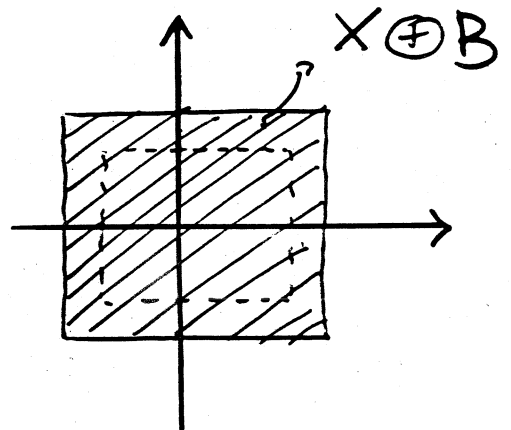
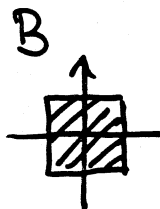
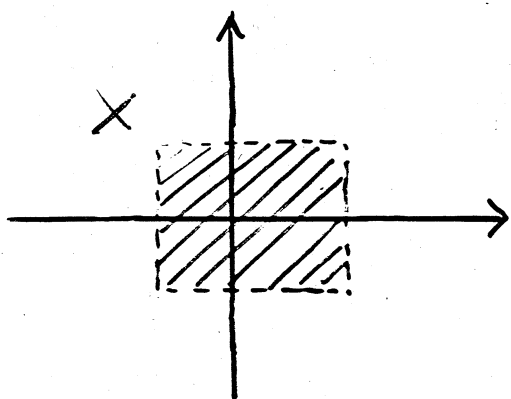


MORFOLOGIA MATEMATICA

DILATAZIONE

$$X \oplus B = \{x: B_x \cap X \neq \emptyset\}$$

è il luogo dei centri dell'elemento strutturante in corrispondenza del quale l'elemento strutturante è sovrapposto, anche parzialmente, a X

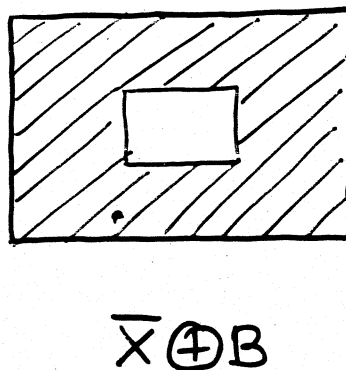
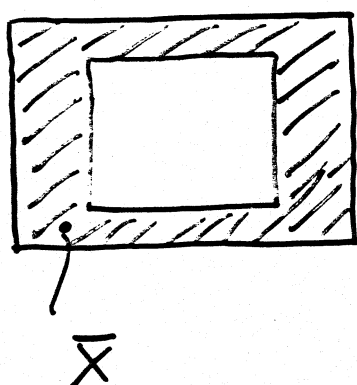
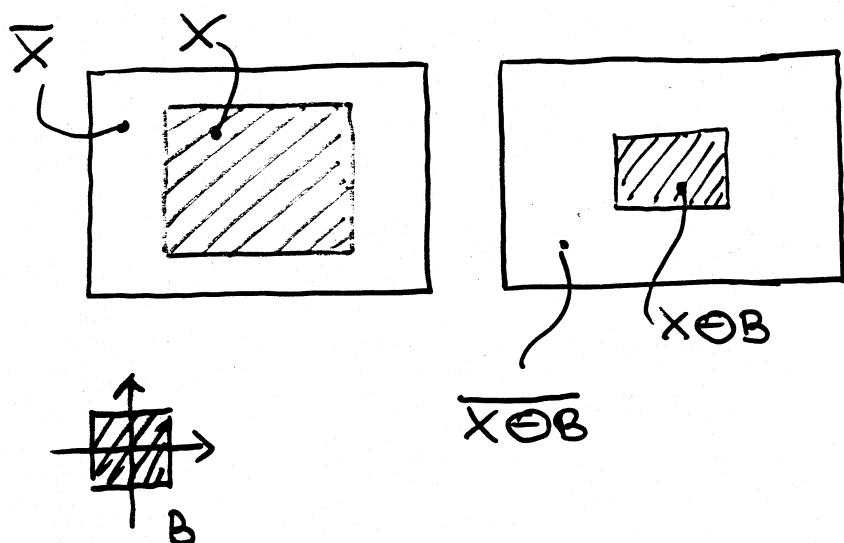


MORFOLOGIA MATEMATICA

PROPRIETA' ALGEBRICHE

- 1) Erosione e dilatazione sono le stesse trasformazioni in insiemi complementari

$$\overline{X \ominus B} = \overline{X} \oplus B$$



MORFOLOGIA MATEMATICA

PROPRIETA' ALGEBRICHE

$$2) \quad X \oplus \{\text{origine}\} = X \ominus \{\text{origine}\} = X$$

l'origine è "l'elemento neutro"

$$X \oplus \{x\} = X \ominus \{x\} = X_x$$

insieme queste 2 relazioni dicono che

DILATAZIONE e EROSIONE sono invarianti
alla traslazione

3) La DILATAZIONE è "distributiva" all'unione

$$X \oplus (B' \cup B'') = (X \oplus B') \cup (X \oplus B'')$$

$$X \ominus (B' \cup B'') = (X \ominus B') \cap (X \ominus B'')$$

$$(X \cap Z) \ominus B = (X \ominus B) \cap (Z \cap B)$$

LOGICIA MATEMATICA

PROPRIETÀ ALGEBRICHE

4) Estensione

$$\text{se } X \subset X' \Rightarrow \begin{cases} X \ominus B \subset X' \ominus B \\ X \oplus B \subset X' \oplus B \end{cases} \quad \forall B$$

dualemente

$$B \subset B' \Rightarrow X \ominus B \supset X \ominus B' \quad \forall X$$

5) $(X \ominus Z) \oplus Y \subset (X \oplus Y) \ominus Z$

6) iteratività

$$(X \ominus B) \ominus B' = X \ominus (B \oplus B')$$

$$(X \oplus B) \oplus B' = X \oplus (B \ominus B')$$

MORFOLOGIA MATEMATICA

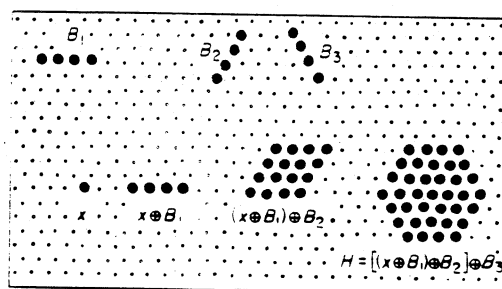
PROPRIETA' ALGEBRICHE

conseguenze delle proprietà di iteratività

$$\vdots \oplus \dots = \vdots \vdots$$

Un numero elevato di elementi strutturali complessi
può essere decomposto in iterazioni di
elementi strutturali più semplici

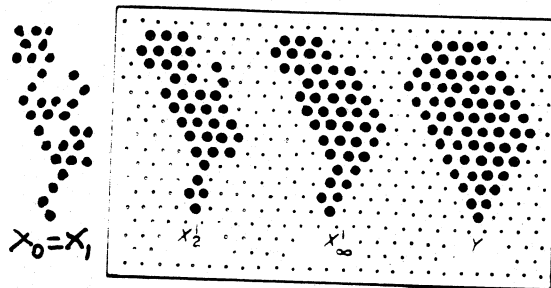
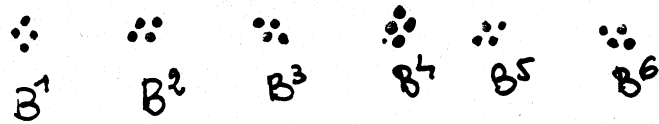
eruzioni BI-DIMENSIONALI possono orientare
iterazioni di



eruzioni MONO-DIMENSIONALI

APPLIKAZIONI

II "Convex hull"



$$\begin{cases} X_1^1 = X \\ X_{i+1}^1 = (X_i^1 \ominus B^1) \cup X \end{cases}$$

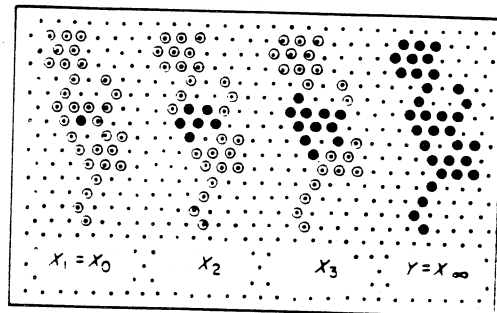
$$Y = \bigcup_{j=0}^6 X^j$$

MORFOLOGIA MATEMATICA

APPLICAZIONI

Estrazione di COMPONENTI CONNESSE

$$B = \begin{matrix} & \bullet & \\ \bullet & & \bullet \\ & \bullet & \end{matrix}$$



$$X_0 \subset X$$

$$\begin{cases} X_1 = X_0 \\ X_{i+1} = (X_i \oplus B) \cap X \end{cases}$$

$$Y = X_\infty$$

OPERATORI DERIVATI

APERTURA e CHIUSURA

APERTURA

$$X_B = (X \ominus B) \oplus B$$

CHIUSURA

$$X^B = (X \oplus B) \ominus B$$

Apertura di X

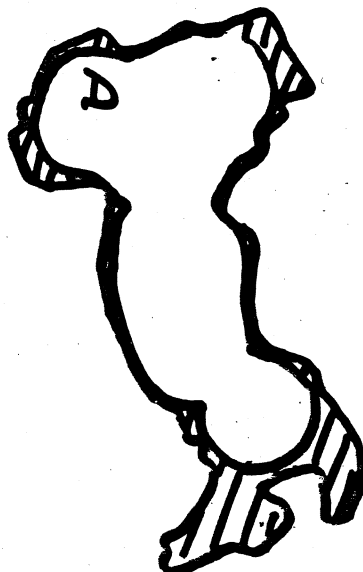
È l'insieme dei punti di X coperto da tutte le traslazioni dell'elemento strutturante mantenendo posto all'interno di X

MATHEMATICAL MORPHOLOGY

$$O = (A \ominus B) \oplus C$$



$$C = A \ominus B$$



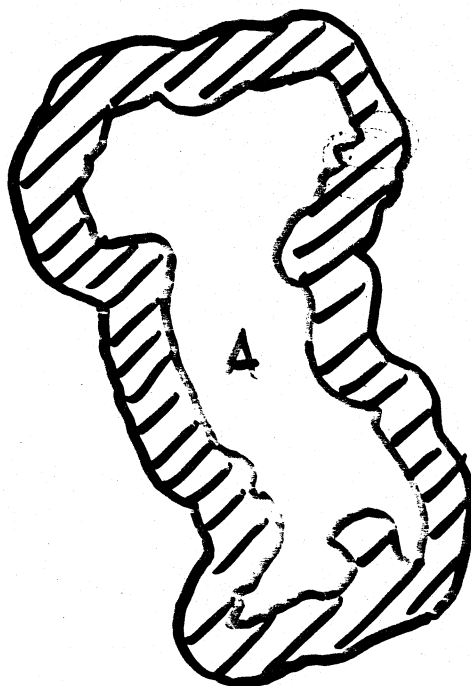
$$D = C \ominus B$$

CLOSING



MATHEMATICAL MORPHOLOGY

$$C = (A \oplus B) \ominus C$$



$$C = A \oplus B$$



$$D = C \ominus B$$

MORFOLOGIA MATEMATICA

APERTURA e CHIUSURA : PROPRIETA

1) dualità

$$(\overline{X})_B = \overline{(X^B)}$$

l'apertura del complemento $\overline{X}$ mediante l'elemento strutturante B è uguale al complemento della chiusura mediante lo stesso elemento strutturante

2) proprietà estensività della apertura

$$X_B \subset X$$

2a) estensività della chiusura

$$X^B \supset X$$

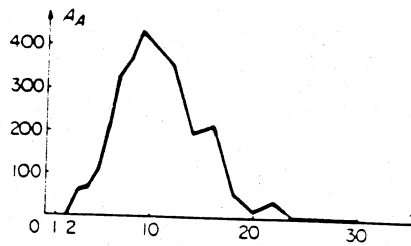
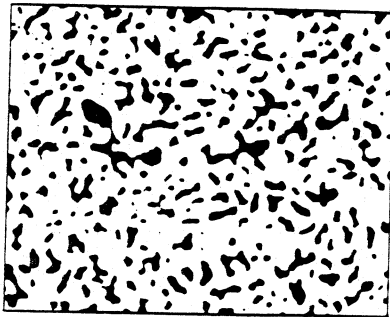
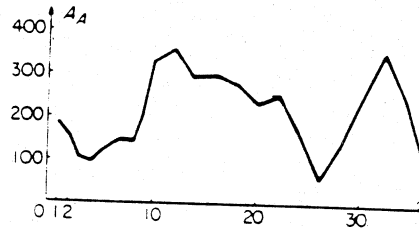
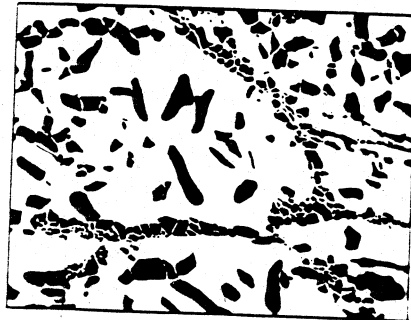
$$3) X' \subset X \Rightarrow X_B \subset X'_B ; X^B \subset X'^B$$

$$4) (X_B)_B = X_B$$

idempotenza

$$(X^B)^B = X^B$$

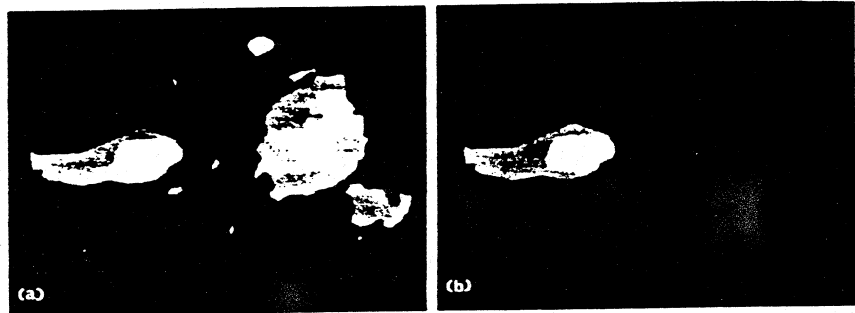
APPLICAZIONE



Aperture con esagoni di diametro λ
nello sfondo

MORFOLOGIA MATEMATICA

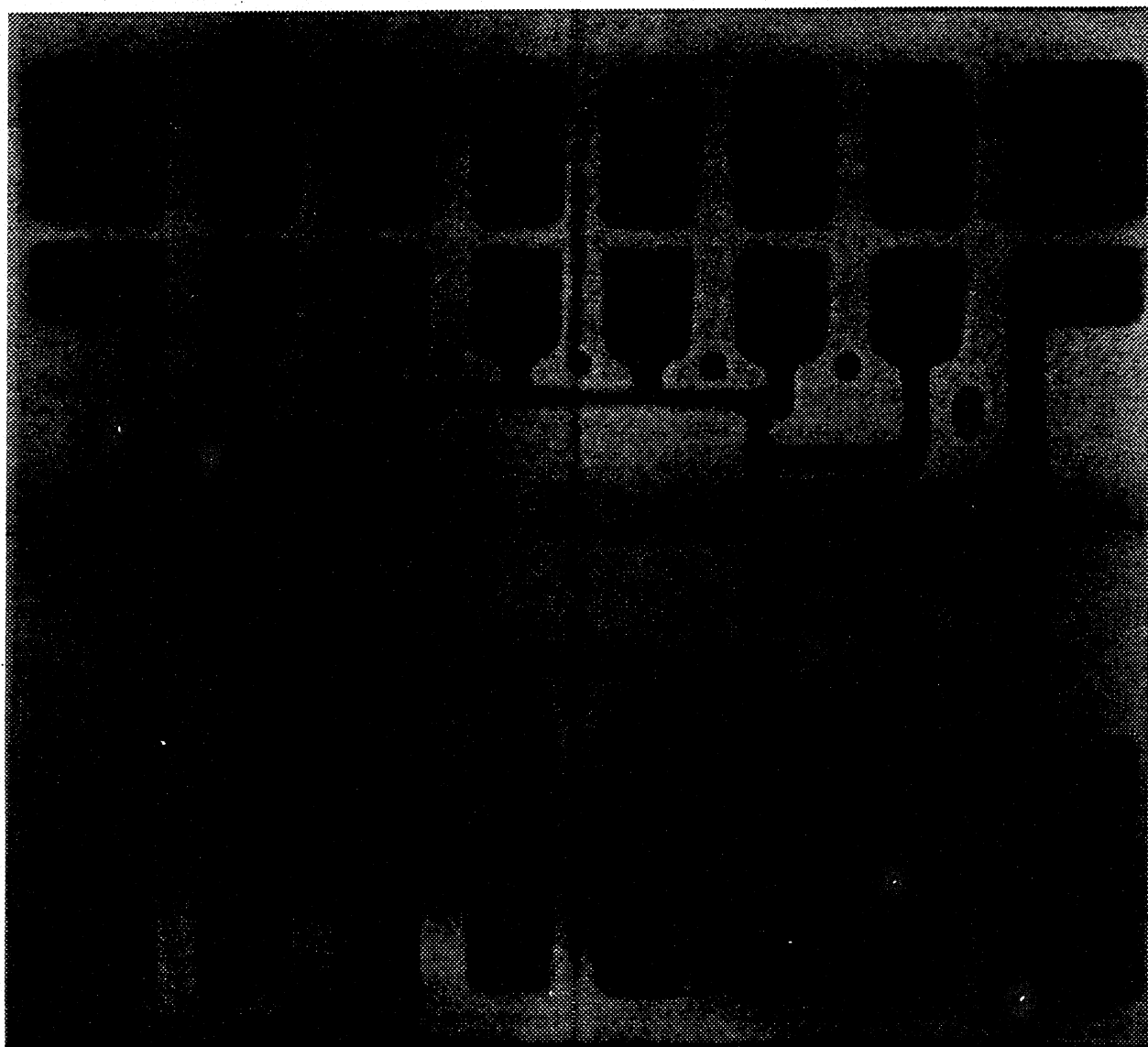
APPLICAZIONI



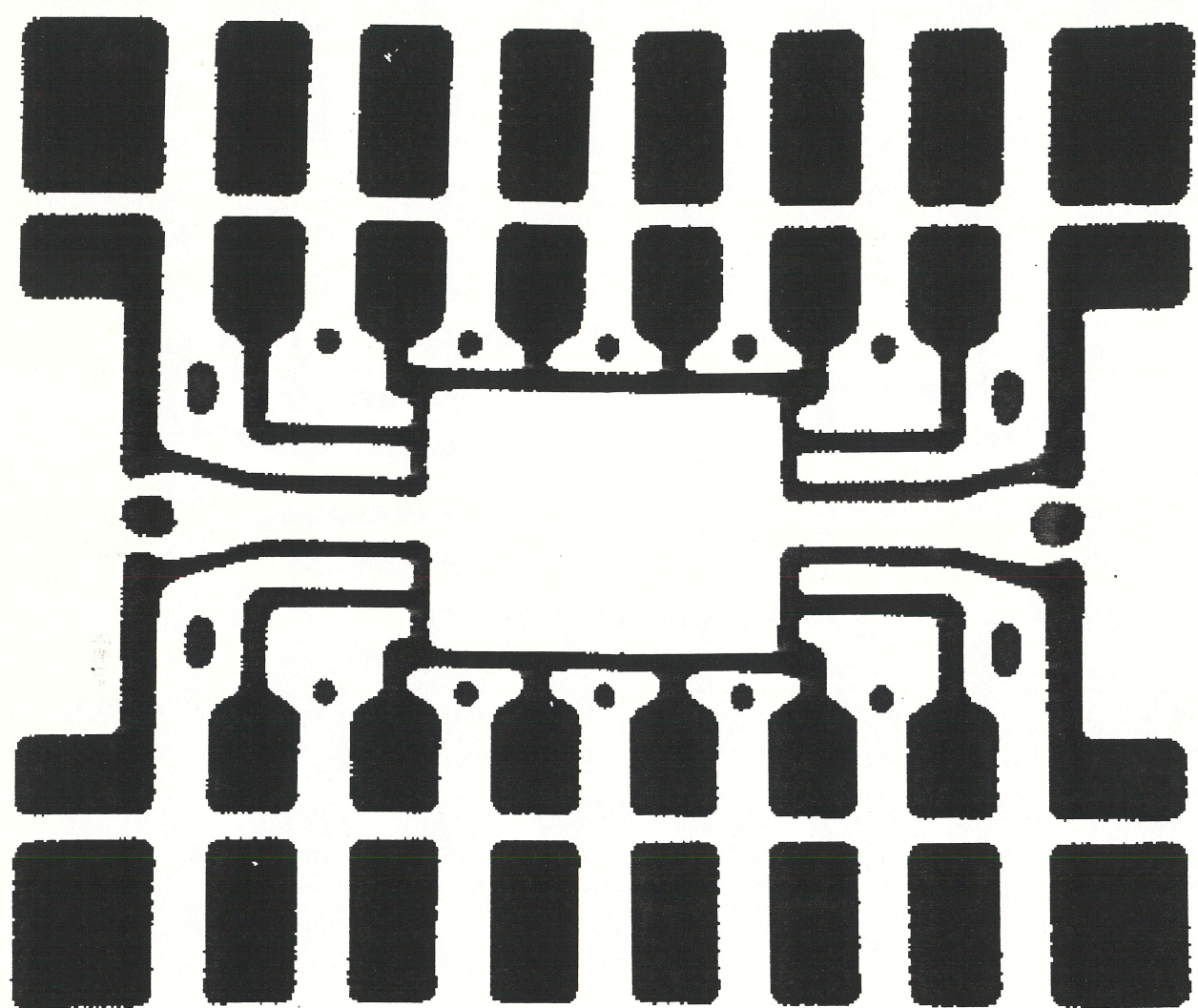
Identificazione di celle

- 1) ogni cella deve contenere un nucleo
- 2) il nucleo deve essere convesso
- 3) il nucleo deve essere circa circoscrivibile ad un cerchio di 5μ almeno

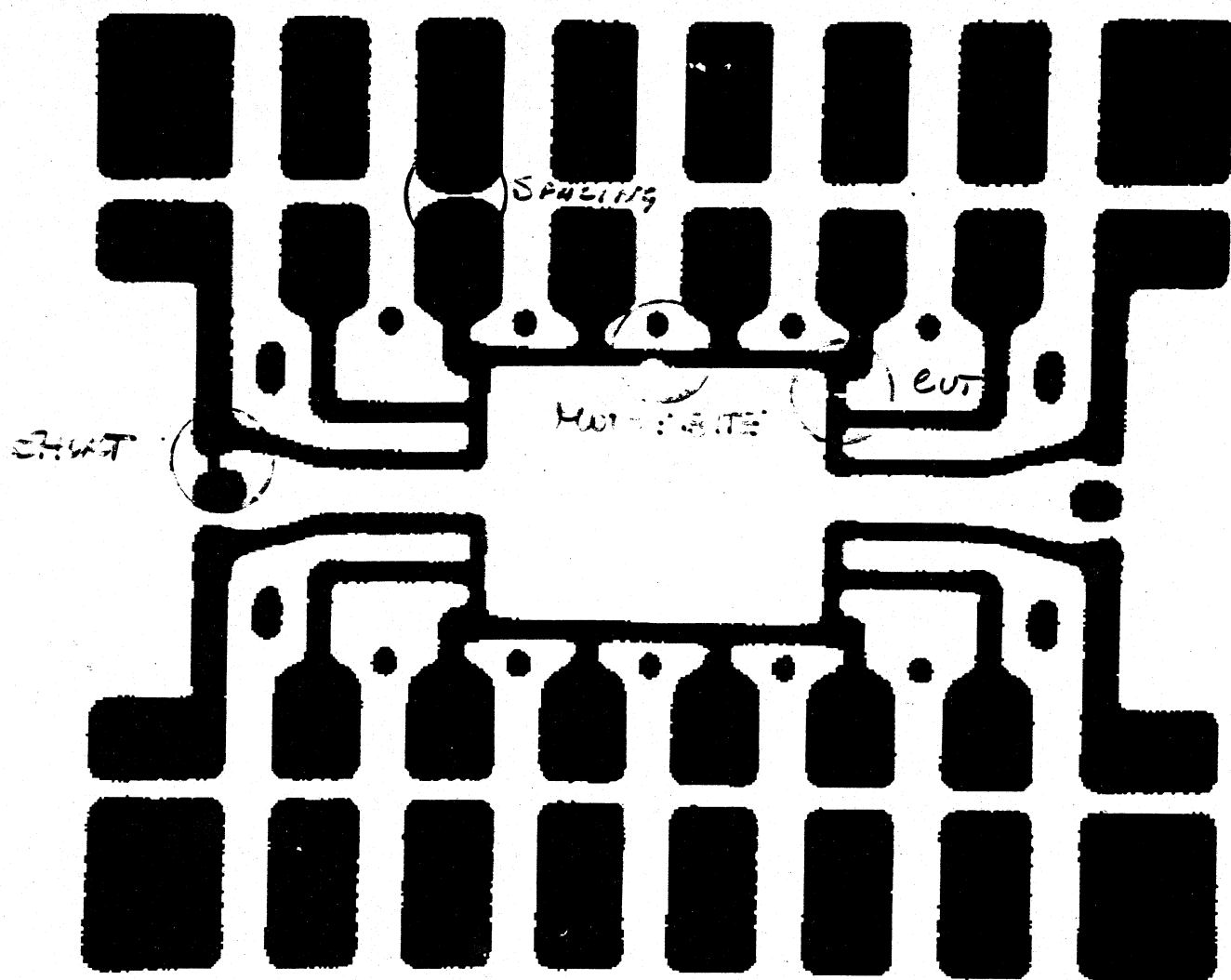
ORIGINAL

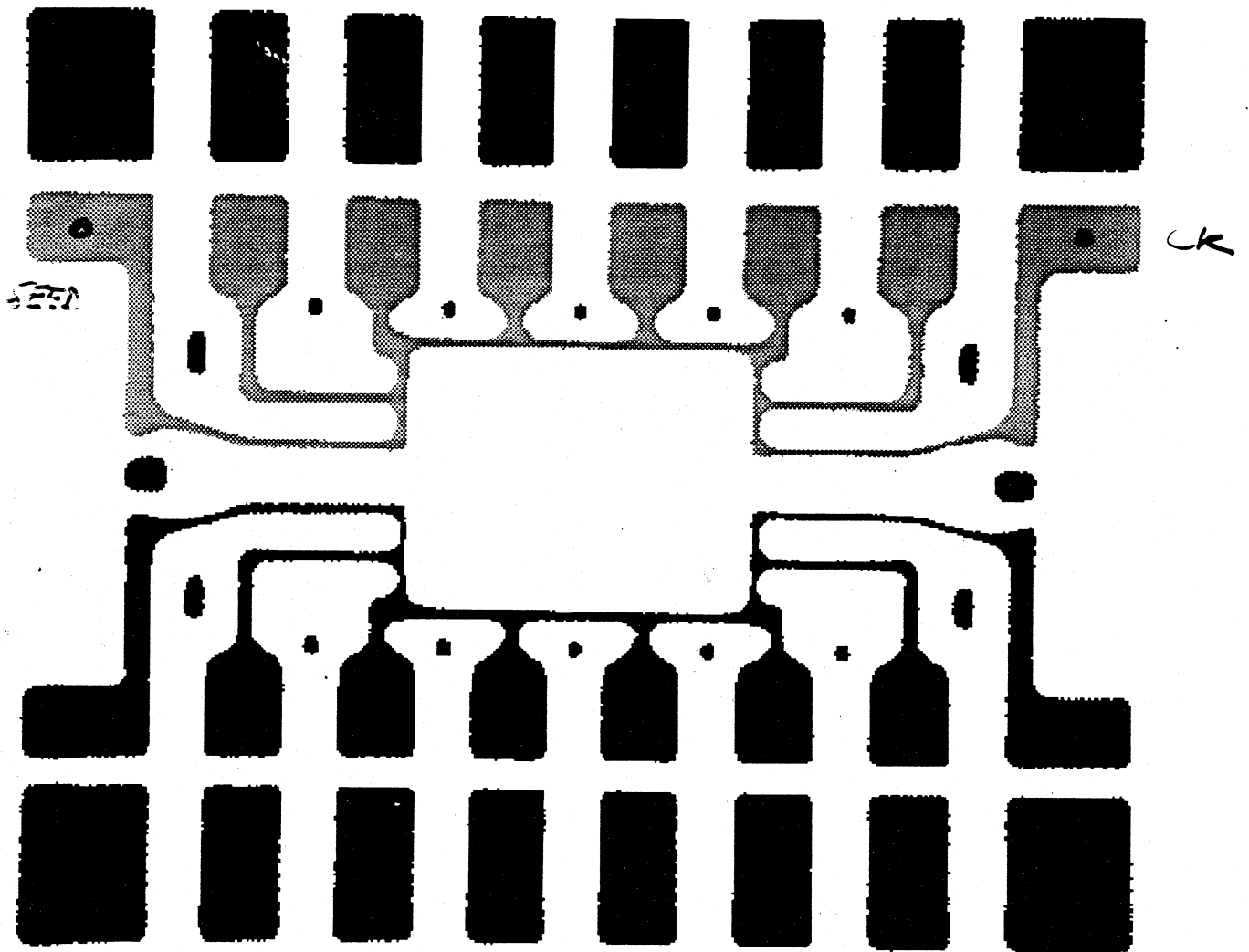


31/4/75 1975

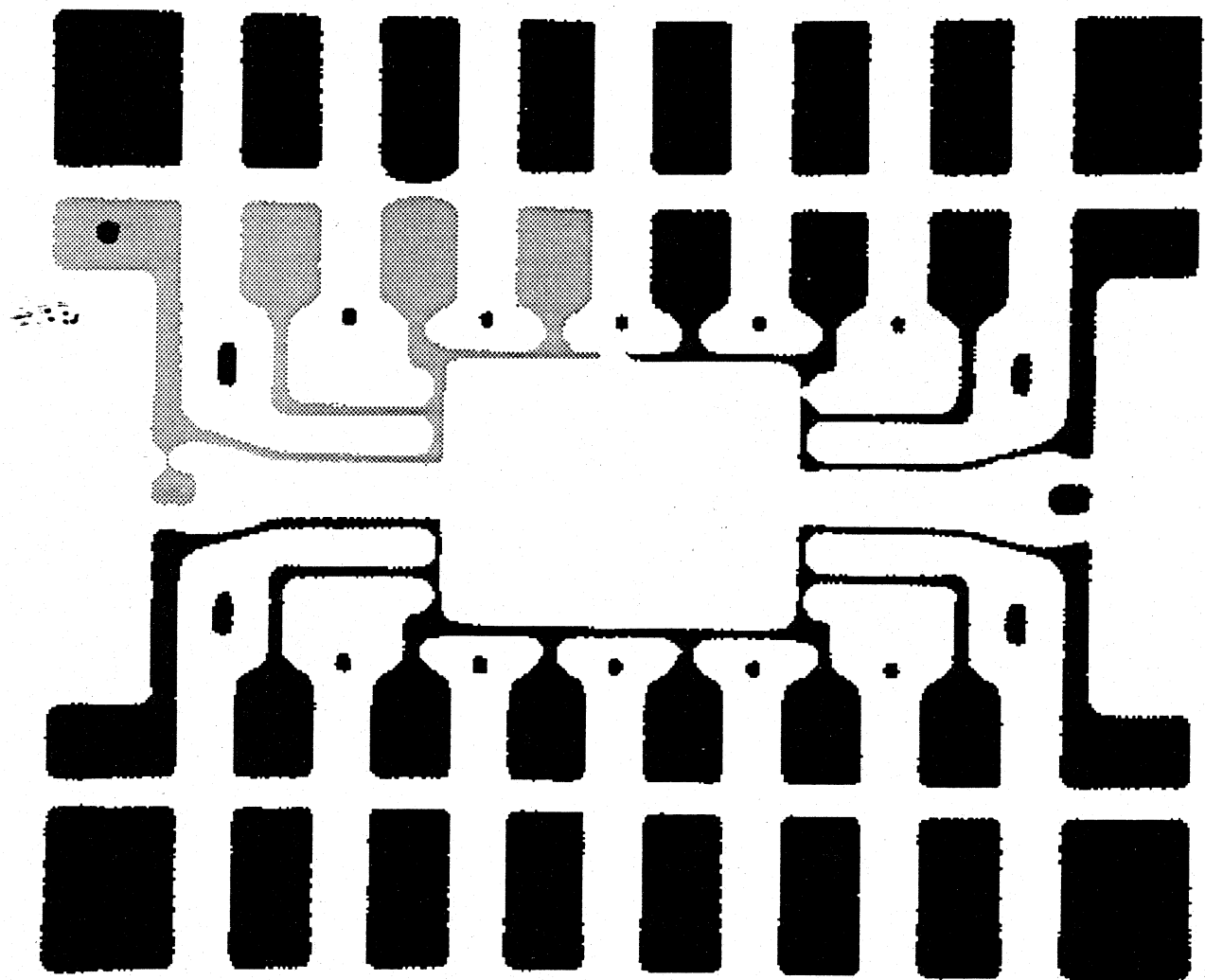


FD007E 5000
2000 000000

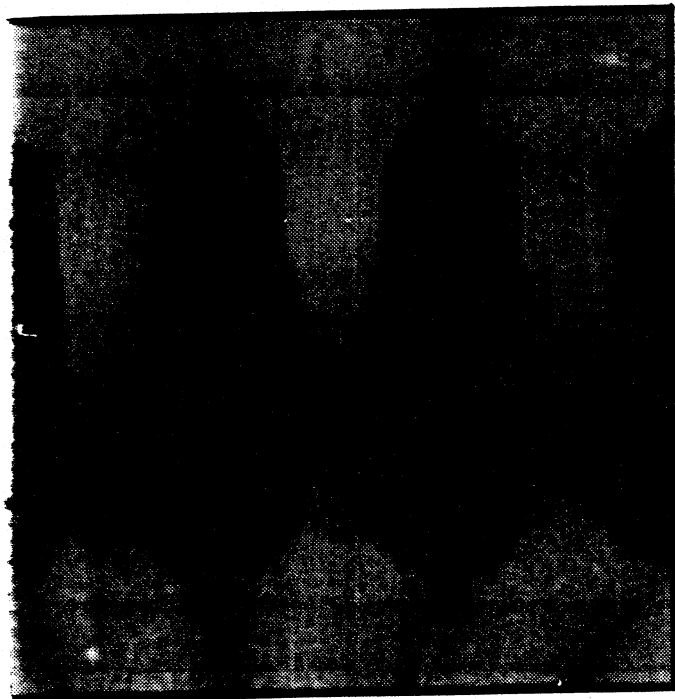




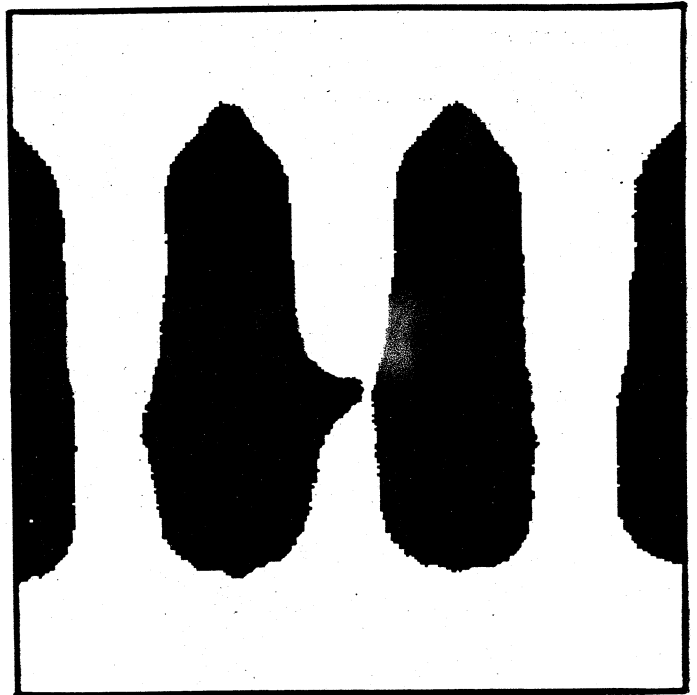
ECOSION & PROPAGATION



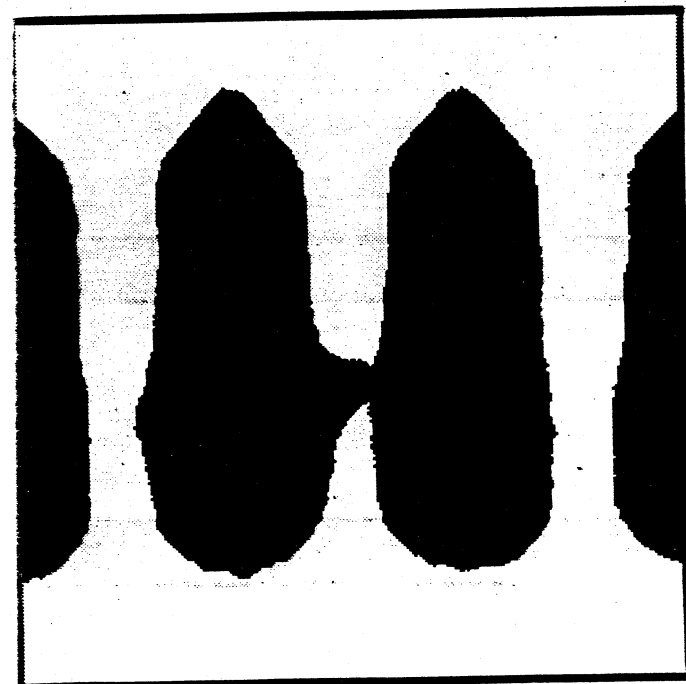
SOLDER INSPECTION



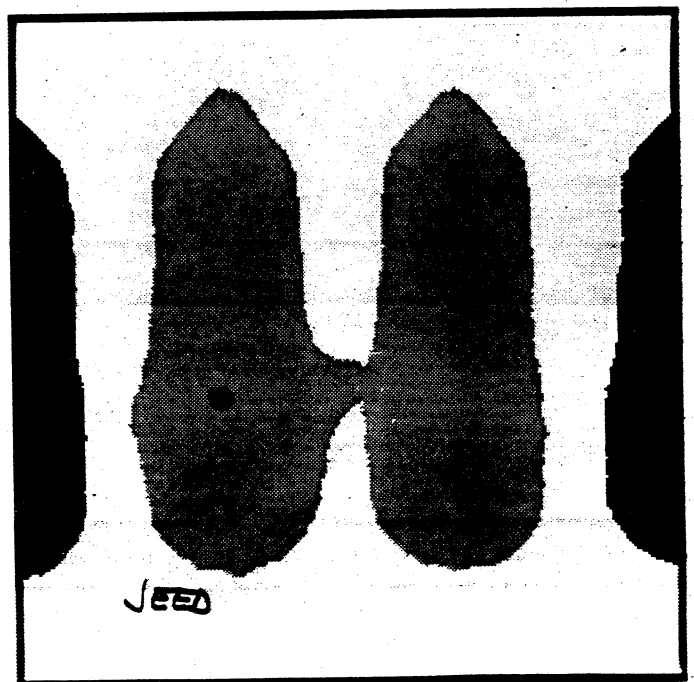
ORIGINAL



THRESHOLDED



DILATED



JEED

PROPAGATED

DILATION & PROPAGATION

