



LABORATORIO DI VISIONE ARTIFICIALE

Tel. 0382/391372

Telefax 0382/412881

Atenelli

Tecniche e Strumenti per l'Elaborazione di Immagini
ed il Riconoscimento di Forme

Parte I: Livello Basso e Intermedio

3.

13 ottobre 1989

c/o SPERONI Spa, Spessa Po

Luca Lombardi:

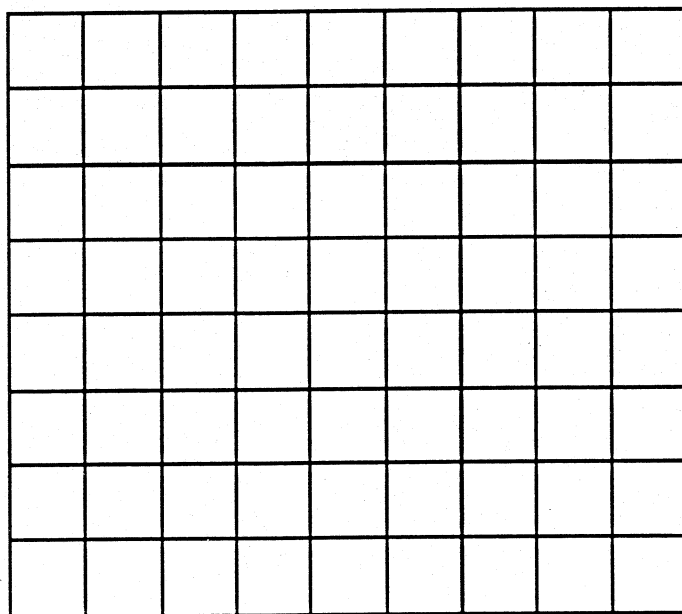
*Analisi con tecniche binarie: etichettatura, MAT, trasformata distanza,
potatura, assottigliamento, scheletronizzazione, riempimento.*

Definizioni Preliminari

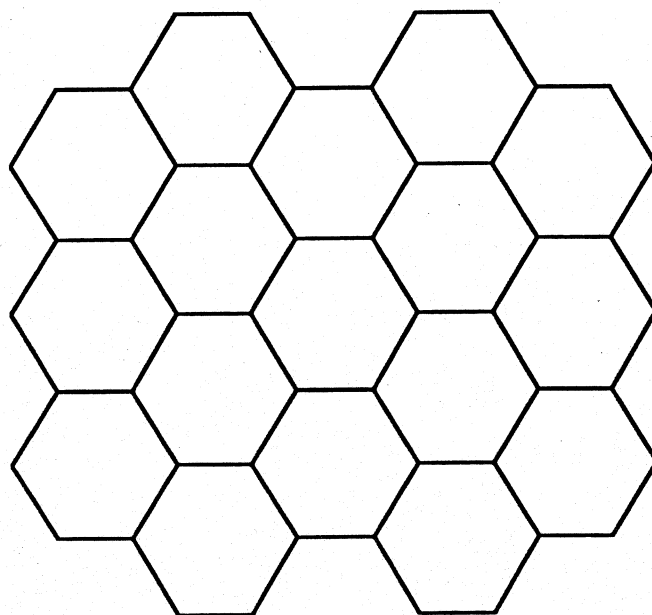
Definiamo $F=\{1\}$ ed $F^*=\{0\}$ i due insiemi costituenti una immagine binaria digitalizzata su griglia quadrata. Chiameremo tali insiemi rispettivamente figura e sfondo.

Definiamo pixel il generico elemento quadrato dell'immagine digitalizzata (è possibile anche definire un pixel esagonale).

Griglie digitali



Griglia quadrata



Griglia esagonale

Metriche Discrete

Metriche discrete.

Le metriche discrete più comunemente impiegate sul piano digitale sono quelle basate sulla funzione distanza d_4 (city block) e sulla funzione distanza d_8 (chessboard). Dati due pixel p e q di coordinate (i, j) e (h, k) rispettivamente, tali funzioni distanza si definiscono come segue:

$$d_4(p,q) = |i-h| + |j-k|$$

$$d_8(p,q) = \max\{|i-h|, |j-k|\}$$

Definizione di vicini

Vicini.

I vicini di un pixel p sono i pixel aventi da p distanza unitaria.

Intorno

I vicini di p costituiscono l'intorno di p .

Si parlerà di 4-intorno, indicato con $N_4(p)$, oppure di 8-intorno, indicato con $N_8(p)$, secondo la metrica impiegata.

n_2	n_3	n_4
n_1	p	n_5
n_8	n_7	n_6

Percorso.

Un percorso di lunghezza n da p a q è una sequenza di pixel $p=p_0, p_1, \dots, p_n=q$ tale che, in accordo alla metrica scelta, p_i è un vicino di p_{i-1} , $1 \leq i \leq n$.

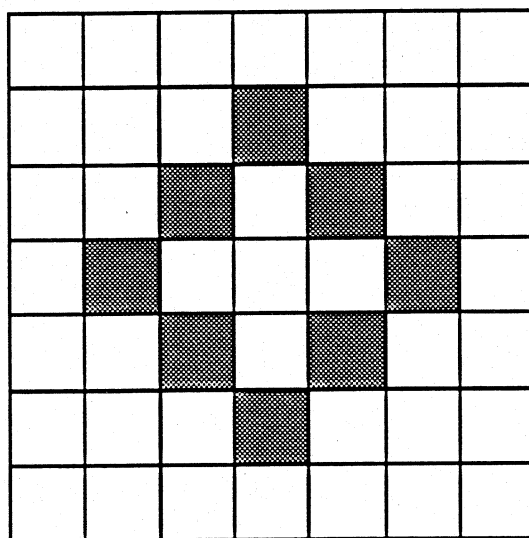
Componente connessa

Componente connessa.

Un sottinsieme di F (F^*) è connesso se, presi due qualunque dei suoi pixel, esiste un percorso tra questi interamente costituito da pixel di F (F^*). Si parlerà di 4-connessione o di 8-connessione a seconda della funzione distanza adottata.

L'uso di metriche diverse per F ed F^* è necessario al fine di evitare paradossi topologici.

Paradossi topologici



Si noti che se la 8-metrica fosse scelta sia per F che per F^* , la figura ci apparirebbe come una curva chiusa 8-connessa che, come tale, dovrebbe dividere lo sfondo in due componenti. Lo sfondo stesso risulta invece costituito da un'unica componente 8-connessa. Alternativamente, adottando la 4-metrica per F ed F^* , lo sfondo risulterebbe costituito da due componenti 4-connesse e, per conseguenza, F dovrebbe essere una curva chiusa 4-connessa, contrariamente a quanto avviene.

Operazioni Locali

Operazioni locali sequenziali e parallele.

Una operazione locale 3x3 relativa al pixel p è funzione di p e degli n_i , $i=1,8$.

Se l'operazione locale è applicata sequenzialmente ai pixel dell'immagine, il valore trasformato di p dipende dal valore trasformato dei pixel già ispezionati e dal valore non trasformato dei pixel ancora da ispezionare. Indicando con l'apice i valori trasformati, il valore assunto da p durante una ispezione diretta (che avviene cioè dall'alto verso il basso e da sinistra verso destra) è esprimibile come segue

$$p' = f(n_1', n_2', n_3', n_4', n_5, n_6, n_7, n_8, p)$$

Se l'operazione locale è applicata in parallelo a tutti gli elementi dell'immagine, questi vengono aggiornati contemporaneamente. Dunque il valore assunto da p può essere espresso come segue:

$$p' = f(n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6, n_7, n_8, p)$$

Contorno

Contorno.

Il contorno C di una figura F è il sottinsieme di F i cui pixel hanno distanza unitaria da F^* , secondo la metrica adottata per F^* .

In accordo alla definizione precedente, il contorno di F risulta essere una curva connessa (o, per figure molteplicemente connesse, unione di curve connesse) secondo la metrica adottata per F .

Contorno Semplice

Contorno semplice.

Il contorno di F è semplice se e solo se valgono le seguenti proprietà:

- i) l'insieme $F-C$ (interno di F) è costituito da un'unica componente connessa (secondo la metrica scelta per F).
- ii) nessun pixel di C può essere rimosso da C senza provocare sconnessioni locali di C .
- iii) i due insiemi F^* e $C \cup F^*$ hanno lo stesso numero di componenti connesse (secondo la metrica valida in F^*).

Condizioni per i Contorni Semplici

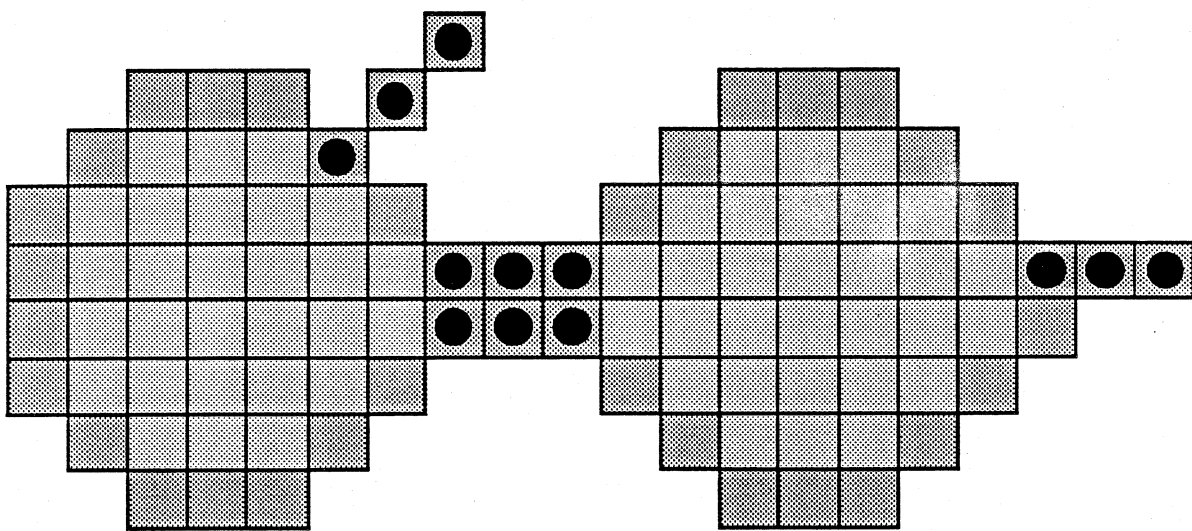
Per una figura semplicemente connessa, le proprietà i) ed ii) sono sufficienti per caratterizzare il contorno quale semplice. In ogni caso, la verifica della semplicità di C può essere fatta analizzando l'intorno dei pixel di C con due sole condizioni locali. Le condizioni da adottare dipendono dalle scelte di metrica che si sono fatte per F ed F^* . In particolare, se per F è adottata la 8-metrica, C è semplice se e solo se per ogni pixel p di C le due seguenti condizioni sono soddisfatte in $N_8(p)$:

- a) Almeno una delle coppie $(n_1, n_5), (n_3, n_7)$ di vicini di p è tale che un vicino appartenga a F^* e l'altro a $F-C$.

- b) Non esiste una terna $(n_1, n_2, n_3), (n_3, n_4, n_5), (n_5, n_6, n_7), (n_7, n_8, n_1)$ di vicini di p , tali che il vicino n_i , i pari, appartenga a C e i restanti due vicini appartengano a F^* .

Se il contorno di F non è semplice, chiamiamo multipli i pixel per i quali almeno una delle due condizioni non è soddisfatta.

Pixels Multipli



I cerchi indicano i pixel multipli presenti sul contorno non semplice di F.

Crossing Number

Crossing number.

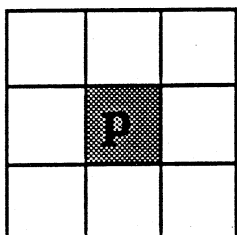
Per ogni pixel p di F il crossing number CN è definito come segue:

$$CN = \sum_{k=1}^8 |n_k - n_{k+1}|$$

dove $n_k \in \{0, 1\}$ e $n_9 = n_1$.

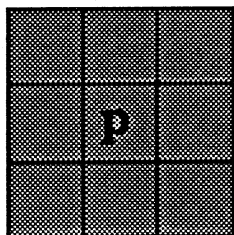
CN conta il numero di transizioni fra pixel di valore diverso trovate girando intorno a p in $N_8(p)$. La metà di CN conta il numero di componenti 4-connesse di F o di F^* contenute in $N_8(p)$.

Esempi di Crossing Number



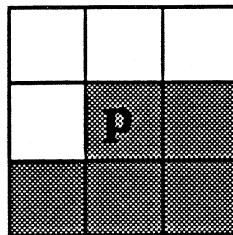
CN=0

a)



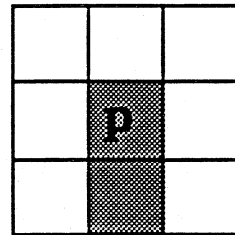
CN=0

b)



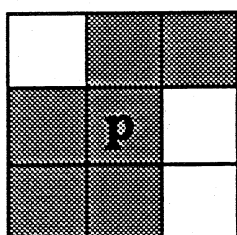
CN=2

c)



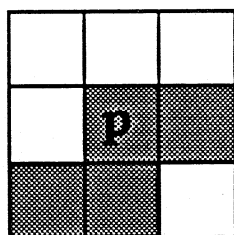
CN=2

d)



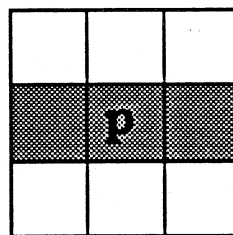
CN=4

e)



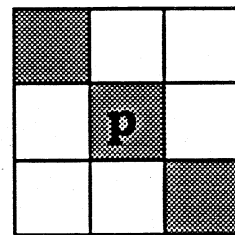
CN=4

f)



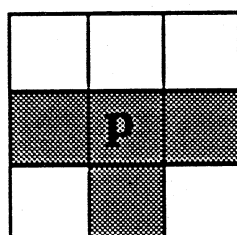
CN=4

g)



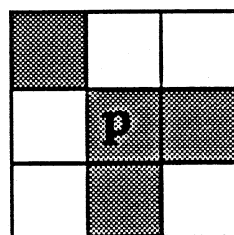
CN=4

h)



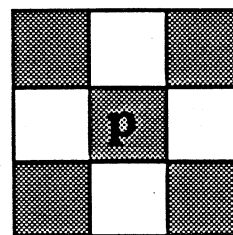
CN=6

i)



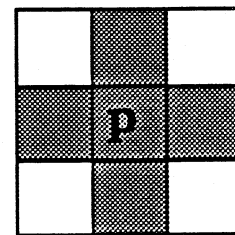
CN=6

j)



CN=8

k)



CN=8

l)

La rimozione di p altera la topologia nei casi:

a): scomparsa di una componente

b), l): creazione di un buco

g), j), k): sconnessione

Trasformata Distanza: Definizioni

Trasformata distanza.

La trasformata distanza di F rispetto a F^* è una replica di F in cui i pixel sono etichettati con il valore della loro distanza da F^* , calcolata secondo una data metrica.

Massimo locale.

Un massimo locale è un pixel di F che nella trasformata distanza di F è caratterizzato da una distanza p da F^* maggiore o uguale della distanza da F^* dei suoi vicini n_i .

Trasformata Distanza: Definizioni

Scheletro.

Lo scheletro di F è un sottinsieme di F caratterizzato dalle seguenti proprietà:

- 1) è connesso, se F è connessa, ed ha lo stesso ordine di molteplicità di F ,
- 2) ha ovunque spessore unitario,
- 3) è centrato in F ,
- 4) include i massimi locali di F .

Trasformata Distanza: Definizioni

End point, branch point.

Un end point è un pixel dello scheletro di F che ha nel suo intorno un solo vicino appartenente allo scheletro. L'end point è l'estremo di un ramo periferico dello scheletro. Un branch point è un pixel dello scheletro con almeno tre vicini appartenenti allo scheletro. Il branch point è un punto da cui si diramano più rami dello scheletro. Tutti i restanti punti dello scheletro hanno due vicini.

Trasformazioni Distanza

Esistono diverse tecniche d'etichettamento che permettono di associare ad ogni pixel p di un insieme, una proprietà geometrica che caratterizza l'insieme stesso in corrispondenza di p .

Una possibile tecnica di etichettamento è quella che associa ad ogni pixel p di F la lunghezza del segmento di retta che passa per p in una direzione assegnata e congiunge i due punti del contorno di F allineati in quella direzione. Ad etichettamento effettuato, la figura può essere decomposta nel modo desiderato identificando, come componenti della decomposizione, i sottinsiemi di pixel con ugual etichetta.

			2	2	
			2	2	
6	6	6	6	6	6
6	6	6	6	6	6
6	6	6	6	6	6
	3	3	3		
	3	3	3		

Trasformazioni Distanza

Una seconda tecnica di etichettamento assegna ad ogni pixel p di F il valore della sua distanza da F^* , calcolata secondo una data metrica. Per quanto la distanza sia una caratteristica intrinsecamente di tipo globale, la trasformata distanza di F rispetto a F^* , può essere calcolata impiegando esclusivamente operazioni locali. Infatti, la distanza globale può essere calcolata attraverso un processo di propagazione, a velocità costante, della distanza locale.

			1	1	1			
		1	1	2	2	2	1	1
1	2	2	3	3	3	2	2	1
1	2	3	4	4	4	3	2	1
1	2	3	4	5	4	3	2	1
1	2	3	4	4	4	3	2	1
1	2	2	3	3	3	2	2	1
		1	1	2	2	2	1	1
				1	1	1		

Calcolo Sequenziale della DT

La DT può essere completamente calcolata sequenzialmente nel corso di due scansioni dell'immagine (una diretta e una inversa), durante le quali solo i pixel di $F=\{1\}$ vengono trasformati, mentre i pixel di $F^*=\{0\}$ non subiscono alcuna modifica (si considera la metrica d_4).

$\forall p \in F$, il valore trasformato è calcolato come segue:

Scansione diretta

$$p' = \min\{n_1, n_3\} + 1$$

Scansione inversa

$$p' = \min\{n_5 + 1, n_7 + 1, p\}$$

Calcolo Sequenziale della DT

Nel corso della scansione diretta, ogni pixel assume come etichetta il minore tra i valori distanza che gli vengono propagati attraverso i suoi vicini a sinistra e in alto. I restanti due vicini, invece, non vengono consultati in quanto, durante la scansione diretta, non sono in grado di propagare alcuna informazione distanza. Alla fine della scansione diretta i pixel di F sono etichettati con la distanza da F* calcolata verso sinistra-alto. Nel corso della scansione inversa, ogni pixel riceve l'informazione distanza dal basso e da destra, attraverso i suoi vicini in quelle direzioni, e modifica l'etichetta se il nuovo valore distanza è inferiore a quello che gli era stato assegnato nella precedente scansione.

			1	1	1			
	1	1	2	2	2	1	1	
1	2	2	3	3	3	2	2	1
1	2	3	4	4	4	3	3	2
1	2	3	4	5	5	4	4	3
1	2	3	4	5	6	5	5	4
1	2	3	4	5	6	6	6	5
	1	2	3	4	5	6	7	
		1	2	3				

a)

			1	1	1			
	1	1	2	2	2	1	1	
1	2	2	3	3	3	2	2	1
1	2	3	4	4	4	3	2	1
1	2	3	4	5	4	3	2	1
1	2	3	4	4	4	3	2	1
1	2	2	3	3	3	2	2	1
	1	1	2	2	2	1	1	
		1	1	1				

b)

Calcolo Parallelo della DT

La DT può essere anche calcolata realizzando il processo di propagazione in parallelo. Anche in questo caso, i pixel di $F^*=\{0\}$ non vengono modificati, mentre i pixel di $F=\{1\}$ aggiornano la propria etichetta fintantoché questa non assume il valore della distanza da F^* . Il risultato viene raggiunto dopo un numero di iterazioni del processo di propagazione che dipende dallo spessore massimo di F . Ad ogni iterazione, il valore trasformato di ogni pixel p di F viene calcolato come segue:

$$p' = \min \{ n_1, n_3, n_5, n_7 \} + 1$$

Calcolo Parallelo della DT

			1	1	1			
		1	1	2	2	2	1	1
1	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	2	2	2	2	1
	1	1	2	2	2	1	1	
			1	1	1			

a)

			1	1	1			
		1	1	2	2	2	1	1
1	2	2	3	3	3	2	2	1
1	2	3	3	3	3	3	2	1
1	2	3	3	3	3	3	2	1
1	2	3	3	3	3	3	2	1
1	2	2	3	3	3	2	2	1
	1	1	2	2	2	1	1	
			1	1	1			

b)

			1	1	1			
		1	1	2	2	2	1	1
1	2	2	3	3	3	2	2	1
1	2	3	4	4	4	3	2	1
1	2	3	4	4	4	3	2	1
1	2	3	4	4	4	3	2	1
1	2	2	3	3	3	2	2	1
	1	1	2	2	2	1	1	
			1	1	1			

c)

			1	1	1			
		1	1	2	2	2	1	1
1	2	2	3	3	3	2	2	1
1	2	3	4	4	4	3	2	1
1	2	3	4	5	4	3	2	1
1	2	3	4	4	4	3	2	1
1	2	2	3	3	3	2	2	1
	1	1	2	2	2	1	1	
			1	1	1			

d)

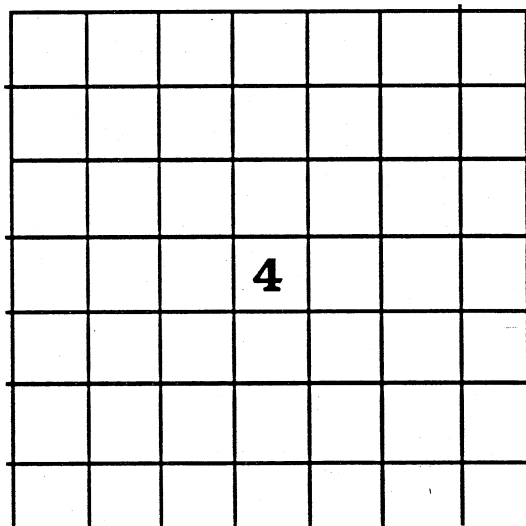
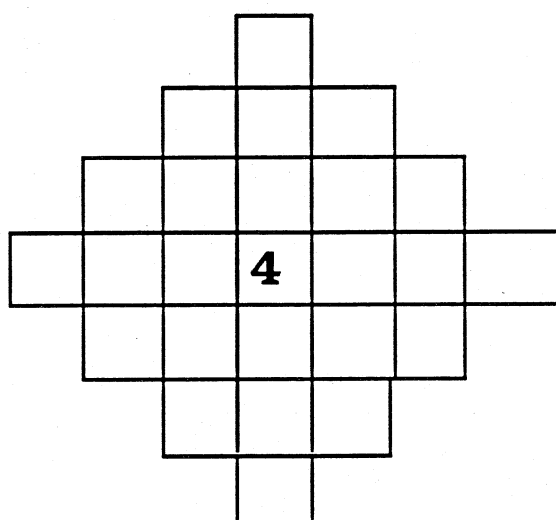
Calcolo della DT

L'estensione al caso in cui la DT viene calcolata secondo d_8 è immediatamente deducibile. Basta infatti tener conto, nell'applicare l'operazione locale, anche dell'informazione distanza propagata dagli n_i con indice pari. Nel caso dell'algoritmo sequenziale, i contributi da utilizzare nel corso della scansione diretta e della scansione inversa sono rispettivamente quelli degli n_i ($i=1,4$) e degli n_i ($i=5,8$). Tutti gli n_i ($i=1,8$) vengono utilizzati contemporaneamente se si adotta l'algoritmo parallelo.

Trasformata Distanza Inversa

La trasformata distanza inversa permette di associare ad un qualunque pixel, etichettato con un valore p , la regione di piano all'interno della quale sono contenuti tutti e soli i pixel che distano meno di p dal pixel considerato. Tale regione viene chiamata disco. La forma del disco varia con la funzione distanza adottata, mentre l'estensione del disco dipende dall'etichetta del pixel centro del disco stesso. Sul piano continuo il disco è un cerchio e l'etichetta del centro è la misura del raggio del cerchio. Sul piano discreto il disco è un quadrato se si adotta la 8-metrica ed è un rombo se si usa la 4-metrica. In entrambe i casi, se p è l'etichetta del centro del disco, il diametro di questo misura $(2p-1)$ pixel.

Trasformata Distanza Inversa



Calcolo della RDT

Il meccanismo di generazione della trasformata distanza inversa RDT è ancora una volta quello della propagazione a velocità costante. In questo caso si tratta di una propagazione, per valori decrescenti, dai pixel etichettati sui pixel inizialmente a valore nullo.

L'algoritmo per calcolare RDT può essere realizzato tanto sequenzialmente che in parallelo.

Nel caso della 4-metrica ad ogni iterazione si eseguirà l'operazione:

$$p' = \max \{n_1-1, n_3-1, n_5-1, n_7-1, p\}$$

Il processo termina allorché nessun pixel dell'immagine modifica l'etichetta e cioè dopo un numero di iterazioni pari alla massima etichetta inizialmente presente nell'immagine.

Dischi Massimi

Chiamiamo dischi massimi i dischi associati ai massimi locali di F dalla trasformazione distanza inversa. I dischi massimi soddisfano le seguenti proprietà:

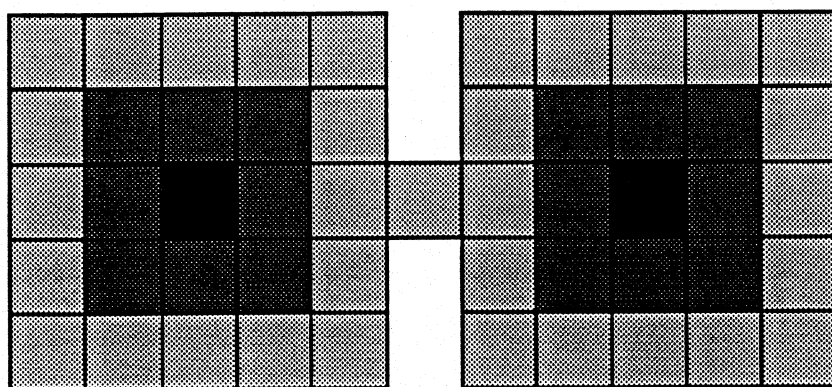
i) un disco massimo non è mai completamente contenuto da alcun altro disco associato a un pixel della DT.

ii) l'unione di tutti i dischi massimi ha esattamente la stessa forma e dimensione di F .

Per le proprietà dei dischi massimi, i massimi locali di F possono essere usati a scopo di compressione dati.

Layer

Un'altra caratteristica della DT è fornita dai layer. Questi sono i sottinsiemi della DT i cui pixel hanno ugual etichetta. La conoscenza del numero di componenti connesse costituenti ogni layer può essere utile per guidare un processo di decomposizione di una figura dalla forma complessa in parti elementari. Infatti, la variazione del numero di componenti connesse, passando da un layer al successivo, può essere un'indicazione della presenza in F di una strozzatura di spessore proporzionale all'etichetta del layer in esame e, quindi, della necessità di effettuare in corrispondenza di quella strozzatura la decomposizione della figura.



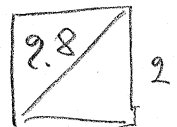
Trasformata Distanza Pesata

Quando è richiesta l'invarianza sotto rotazione della figura di partenza, l'uso di DT non euclidee può risultare inadeguato. Infatti, a causa della simmetria di tipo non circolare dei dischi massimi costruiti con le funzioni chessboard e city block, posizione, numero ed etichetta dei massimi locali di F dipende dalla orientazione di F nel piano. E' così opportuno introdurre il concetto di trasformata distanza pesata (WDT), la quale costituisce una approssimazione più accurata della trasformata distanza euclidea.

Trasformata Distanza Pesata

L'introduzione dei pesi ha lo scopo di misurare diversamente gli spostamenti "unitari" lungo il percorso di connessione, quando questi hanno lunghezze euclidee diverse (per esempio, spostamenti orizzontali/verticali e spostamenti diagonali). Per la scelta dei valori da assegnare ai pesi, è generalmente preferibile fare ricorso a numeri interi. Nel passato è stato proposto di attribuire peso $w_1=2$ ad ogni spostamento orizzontale/verticale e peso $w_2=3$ agli spostamenti diagonali.

3	2	3
2	0	2
3	2	3



Calcolo della WDT

La generalizzazione del processo di propagazione per il calcolo di DT al calcolo di WDT è immediata. Un pixel di F avente distanza pesata p da F^* propaga un'informazione distanza ad ognuno dei suoi vicini n_i : il valore propagato sarà $p+w_1$ o $p+w_2$ a seconda che per n_i sia i dispari o pari. Infatti se il pixel avente distanza p si trova lungo il più breve percorso da n_i a F^* la lunghezza di tale percorso sarà uguale alla lunghezza del percorso da p a F^* più la distanza tra p ed n_i .

La generalizzazione all'algoritmo parallelo è banale.

$\forall p \in F$

Scansione diretta

$$p' = \min\{ n_1+w_1, n_2+w_2, n_3+w_1, n_4+w_2 \}$$

Scansione inversa

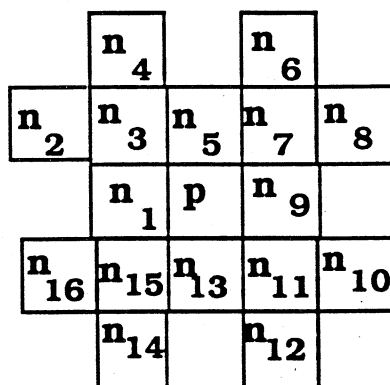
$$p' = \min\{ n_5+w_1, n_6+w_2, n_7+w_1, n_8+w_2, p \}$$

Calcolo della WDT

				2				
			2	3	2			
		2	3	5	3	2		
	2	3	5	6	5	3	2	
		2	3	5	3	2		
			2	3	2			
				2				

Calcolo della WDT

Per migliorare ulteriormente il grado di approssimazione, bisogna accettare come possibili spostamenti "unitari" nel percorso di connessione, anche spostamenti diversi da quelli orizzontale/verticale e diagonale. In altre parole occorre utilizzare intorni di dimensioni più ampie dell'8-intorno. In questo modo il collegamento tra un pixel p ed ognuno dei pixel situati nell'intorno esteso può essere fatto mediante un unico spostamento, piuttosto che come somma di spostamenti elementari. Per esempio utilizzare un intorno che includa 16 pixel, come quello in figura, equivale ad accettare come possibile spostamento unitario quello che nel gioco degli scacchi viene denominato mossa del cavallo.



Rappresentazione Vettoriale

Il problema della rappresentazione dei dati in forma compatta è essenziale nella visione artificiale.

L'impossibilità di immagazzinare l'intera immagine, se non ad un elevato costo in termini di memoria, e la difficoltà di gestione di una imponente mole di dati favoriscono lo sviluppo di metodi di conversione dell'immagine bidimensionale in una sua rappresentazione monodimensionale o vettoriale.

Un buon sistema di rappresentazione deve permettere una consistente riduzione dei tempi di calcolo nelle elaborazioni di una figura. Deve anche essere possibile la riconversione dal sistema vettoriale all'immagine bidimensionale di partenza in un tempo ragionevole.

I sistemi di rappresentazione vettoriale possono essere schematicamente suddivisi in due categorie a seconda che impieghino le informazioni che risiedono sul contorno o nell'interno della figura digitale da rappresentare.

Assottigliamento

Un processo di assottigliamento trasforma una figura digitale F in un suo sottinsieme S avente tutte o parte delle seguenti proprietà:

- 1) S è connesso, se F è connessa, ed ha lo stesso ordine di molteplicità di F .
- 2) S ha ovunque spessore unitario.
- 3) S è centrato in F .
- 4) S include i massimi locali di F .

Assottigliamento

Se F è una figura sottile, è sufficiente che S soddisfi le prime due proprietà. Se invece è necessario conoscere lo spessore, l'insieme complessivo delle quattro proprietà diviene indispensabile.

Viene definito **linea sottile** l'insieme S che soddisfa le proprietà 1-3.

Medial Axis Transform se soddisfa 3-4.

Scheletro 1-4.

Esempi

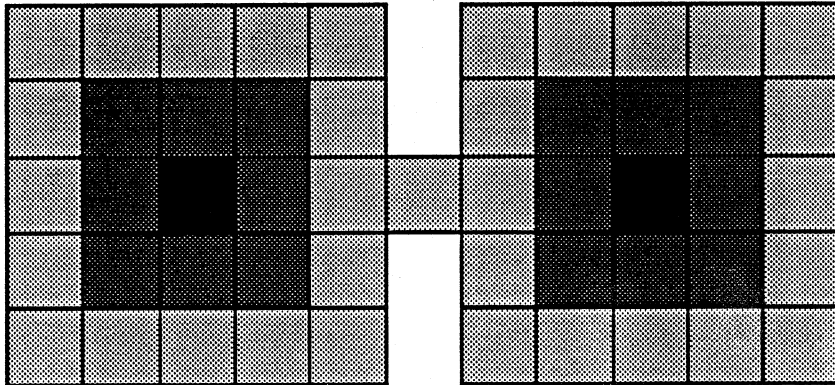
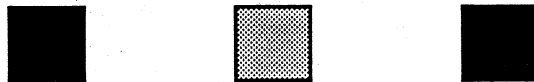
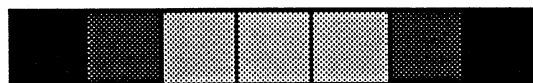


Figura originale e sua DT



Massimi locali

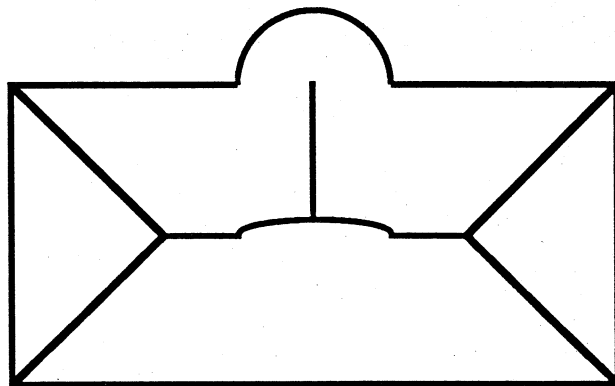
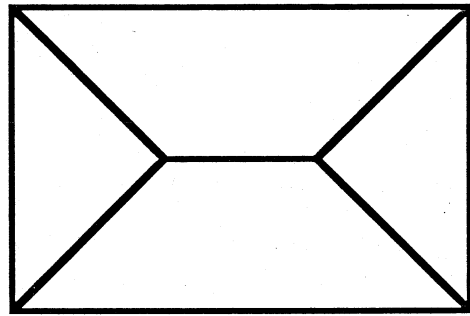
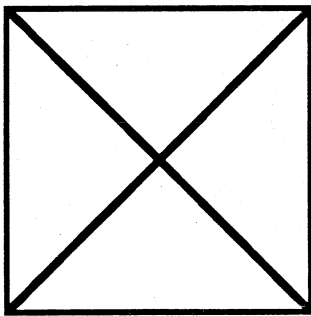
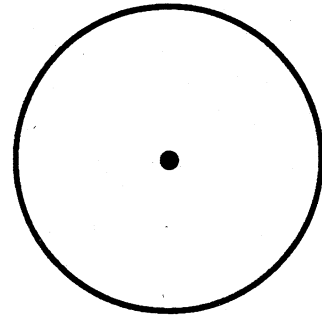
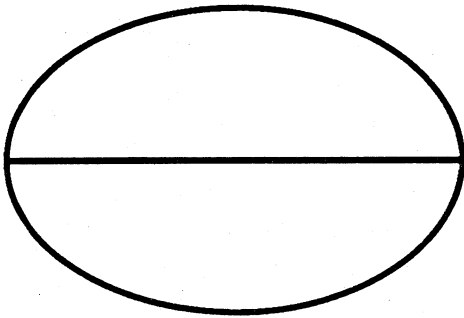


Linea sottile

Medial Axis Transform

Una delle prime procedure di assottigliamento è stata proposta nel piano euclideo da Blum che ha introdotto la MAT come descrittore di forma per figure naturali. Una figura analogica può essere interpretata come unione dei suoi dischi massimi. Tali dischi sono cerchi centrati su punti della figura e risultano tangenti la frontiera della figura in almeno due punti. La MAT analogica non è altro che l'insieme dei centri dei dischi massimi, ad ognuno dei quali sia stato associato il valore del raggio del disco corrispondente.

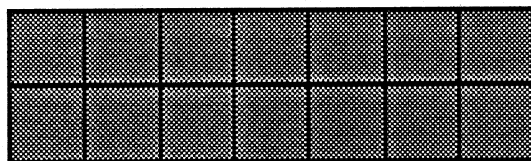
Medial Axis Transform



Medial Axis Transform

Per la natura discreta del piano digitale e per l'uso su tale piano di metriche discrete, avviene in generale che anche quando la MAT analogica è un insieme connesso unione di archi e curve semplici, la MAT nel discreto (ovvero l'insieme costituito dai centri dei dischi massimi di F , controparte discreta della figura analogica) non è connessa e/o non ha struttura lineare.

In particolare, la proprietà relativa alla linearità di S non può essere soddisfatta in presenza di regioni di F caratterizzate da uno spessore che include un numero pari di pixel.



Operazioni di Cancellazione

Per ottenere un sistema di rappresentazione con le stesse proprietà topologiche di F , sono stati proposti metodi di assottigliamento basati sull'impiego iterato, contorno dopo contorno, di opportune operazioni locali di cancellazione.

Queste operazioni eliminano da F (attribuendoli a F^*) i pixel la cui rimozione non altera la topologia dell'immagine (ovvero non crea nè buchi nè sconessioni in F).

Il processo di cancellazione viene ripetuto fino all'ottenimento di un sottinsieme S che sia connesso, abbia struttura lineare e sia centrato in F .

Operazioni di Cancellazione

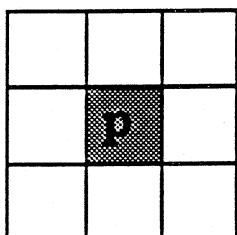
Per definire un'operazione di cancellazione che non alteri la topologia, è sufficiente impiegare un criterio di tipo locale basato sull'impiego del crossing number.

E' stato dimostrato che è sufficiente garantire che la rimozione di un pixel non alteri localmente la topologia, per poter anche garantire il mantenimento della stessa in ambito globale.

Si può verificare che solo i pixel caratterizzati da $CN=2$ possono essere sempre rimossi senza alterare la topologia. Per i pixel con $CN=4$ o $CN=6$, la cancellabilità dipende dalla configurazione locale.

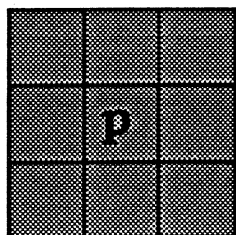
I pixel con $CN=8$ e quelli con $CN=0$ non sono mai cancellabili.

Operazioni di Cancellazione



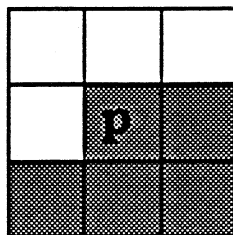
CN=0

a)



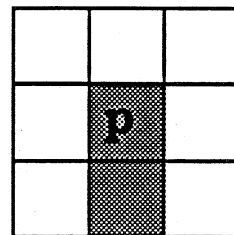
CN=0

b)



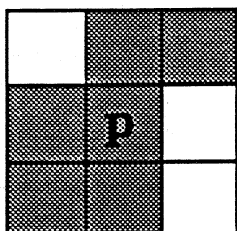
CN=2

c)



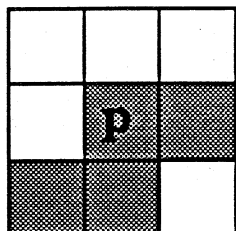
CN=2

d)



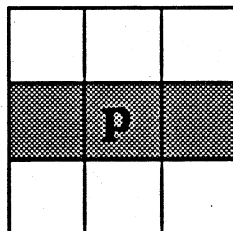
CN=4

e)



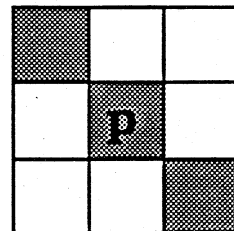
CN=4

f)



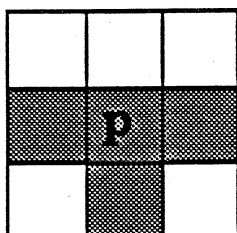
CN=4

g)



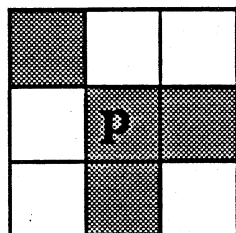
CN=4

h)



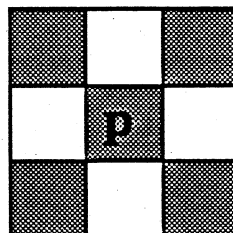
CN=6

i)



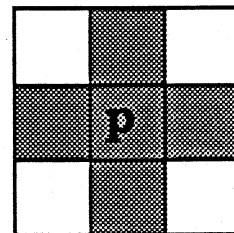
CN=6

j)



CN=8

k)



CN=8

l)

Operazioni di Cancellazione

Perché S mantenga traccia anche delle proprietà geometriche di F , è necessario che ad ogni regione allungata di F corrisponda un arco della linea sottile.

Dovranno perciò essere inibite le cancellazioni in corrispondenza degli end point che vanno mantenuti perché sono gli estremi dei rami periferici (caso d della figura)

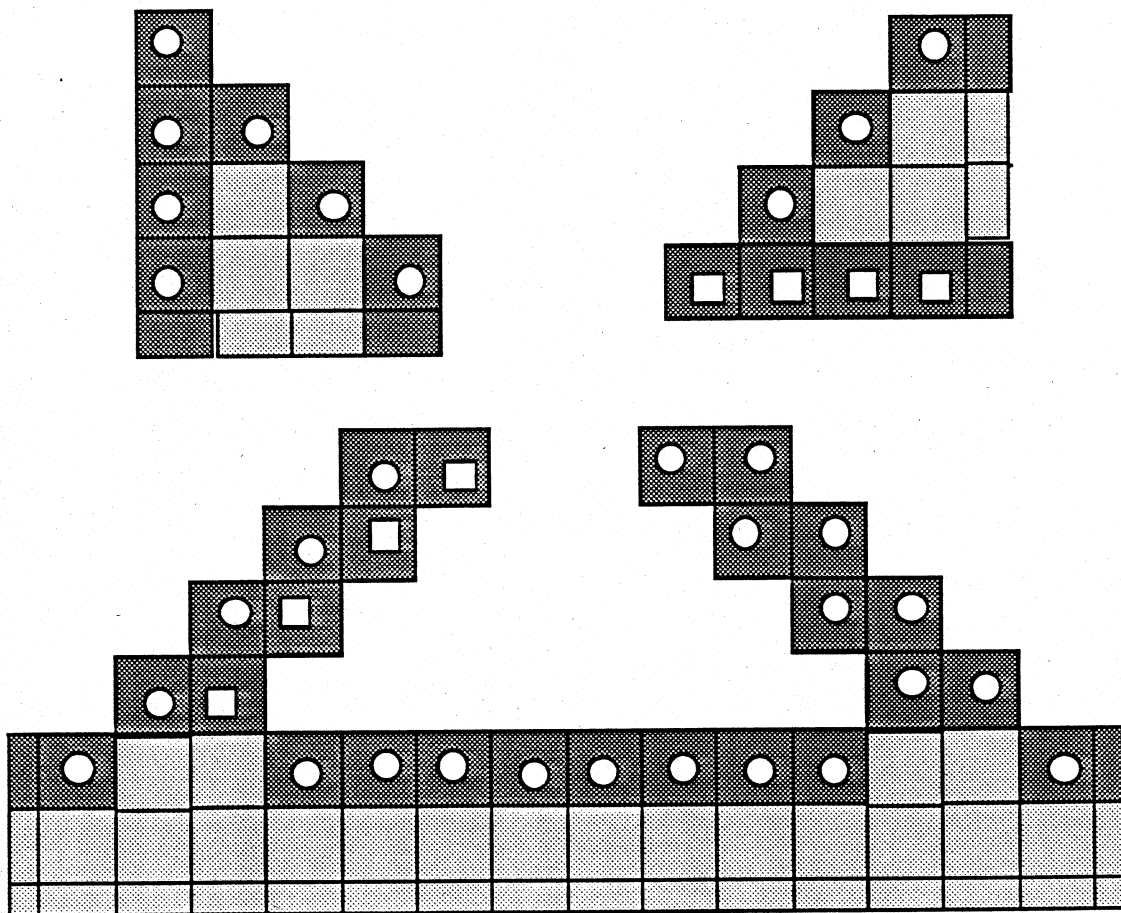
Nel processo di assottigliamento, le operazioni di cancellazione andranno applicate ad ogni pixel p di F . Se p non è un end point e se la sua rimozione non altera la topologia di $N_8(p)$, allora p può essere rimosso da F ed essere assegnato a F^* . Il modo in cui tali operazioni vanno applicate ai pixel di F deve essere tale da garantire che la linea sottile risulti centrata in F . Se l'elaborazione è sequenziale, ciò si ottiene suddividendo il processo di assottigliamento in due fasi: la prima è rivolta alla identificazione dei pixel del contorno di F , la seconda occorre per applicare le operazioni di cancellazione ai pixel così identificati.

Operazioni di Cancellazione

Il meccanismo di rimozione dal contorno corrente di tutti i pixel cancellabili fa sì che pixel di F , che erano inizialmente interni in F , assumano il ruolo di pixel di contorno e possano essere candidati alla rimozione. L'iterazione delle due fasi del processo di assottigliamento garantisce una compressione isotropica della figura. Generalmente un'operazione di cancellazione è una operazione piuttosto complessa. Infatti il solo valore di CN non basta, salvo in rari casi, a decidere sulla cancellabilità e si deve esaminare in modo più dettagliato la configurazione locale in cui il pixel candidato alla cancellazione è immerso, per garantire il mantenimento della topologia.

Problemi di anisotropia

In un algoritmo di tipo sequenziale, se gli end point vengono prelevati solo quando si verifica la condizione specifica legata al numero di vicini nell'8-intorno, la sequenzialità del processo di cancellazione può generare anisotropia:



Problemi di anisotropia

Configurazioni locali identiche, ma orientate lungo il contorno in modo diverso, possono portare alla presenza o alla assenza in S di rami periferici. In particolare, ciò avviene in presenza di regioni di F a spessopre pari. In tal caso, qualche arco di contorno ha spessore due pixel e la definizione rigorosa di end point, come pixel con un solo vicino, difficilmente consente di inibire la cancellazione dell'estremo di un tale arco.

Assottigliamento e DT

I layer della DT sono gli insiemi di pixel caratterizzati da una medesima etichetta. Possono essere interpretati come i contorni di F in un processo iterato (ad ogni passo la figura viene ristretta del suo contorno).

Al passo i -esimo la figura F_i è l'insieme di tutti i pixel con etichetta $p \geq i$

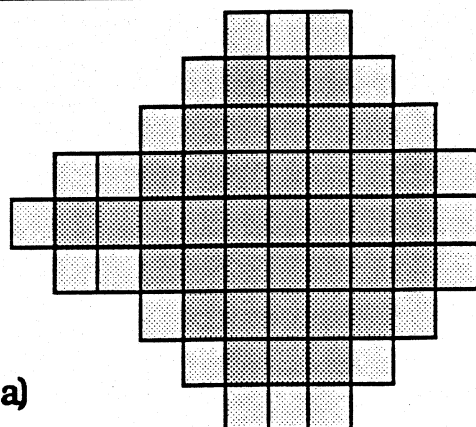
Il primo contorno di F nel processo iterato coincide con l'insieme di pixel etichettati 1 nella DT, cioè con il primo layer. Se tale contorno è semplice l'identità layer/contorno si mantiene anche tra il secondo contorno di F nel processo iterato e l'insieme di pixel etichettati 2 nella DT (secondo layer). In generale, se i primi $(k-1)$ contorni sono semplici, al k -esimo passo del processo iterato gli insiemi contorno, sfondo e interno possono essere visti sulla DT come segue:
 $C=\{p; p=k\}$, $F^*=\{p; p < k\}$, $F-C=\{p; p > k\}$.

Assottigliamento e DT

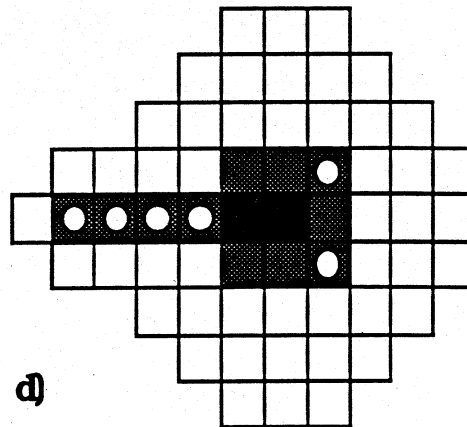
Se sul k -esimo contorno di F nel processo iterato siano presenti dei pixel multipli (detti intrinseci). Anche i pixel del layer k -esimo della DT che occupano le stesse posizioni di questi risultano multipli sul layer. Poiché nel processo iterato solo i pixel non multipli sono cancellati dal k -esimo contorno, l'equivalenza layer/contorno cessa. Il contorno $(k+1)$ -esimo che caratterizza F nel processo iterato corrisponde nella DT all'unione del layer $(k+1)$ -esimo con i pixel multipli (intrinseci) del layer k -esimo.

Così, anche se il layer $(k+1)$ -esimo fosse una curva semplice, l'unione di questo con i pixel multipli etichettati k forza qualcuno dei suoi pixel a diventare multiplo (indotto). Tali punti indotti garantiscono la connessione dei pixel multipli (intrinseci) trovati sul layer k -esimo con il corrente interno $F-C=\{p; p > k+1\}$.

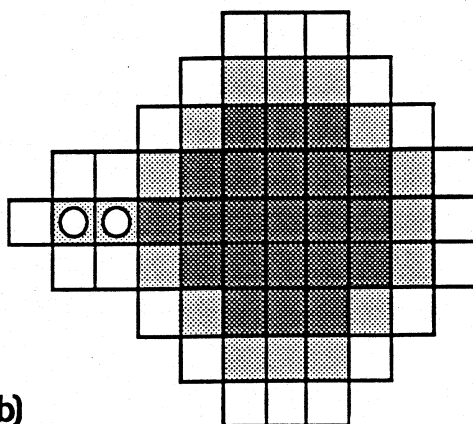
Assottigliamento e DT



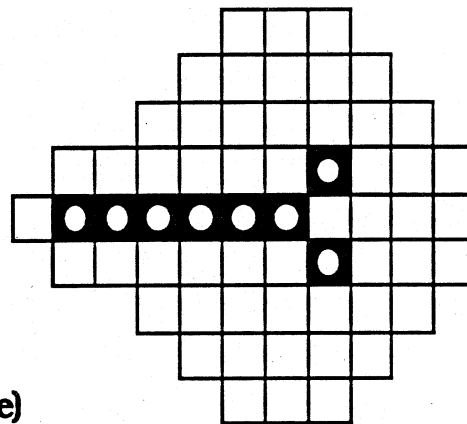
a)



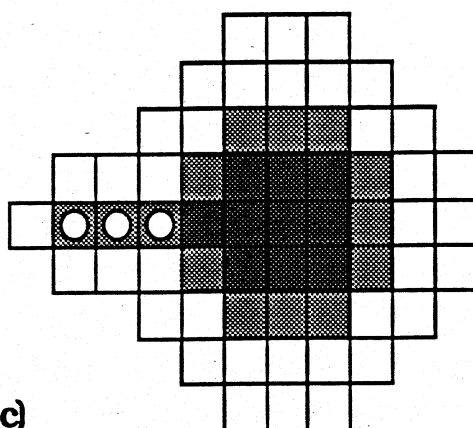
d)



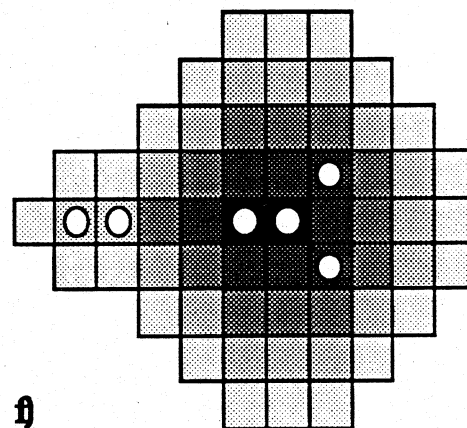
b)



e)



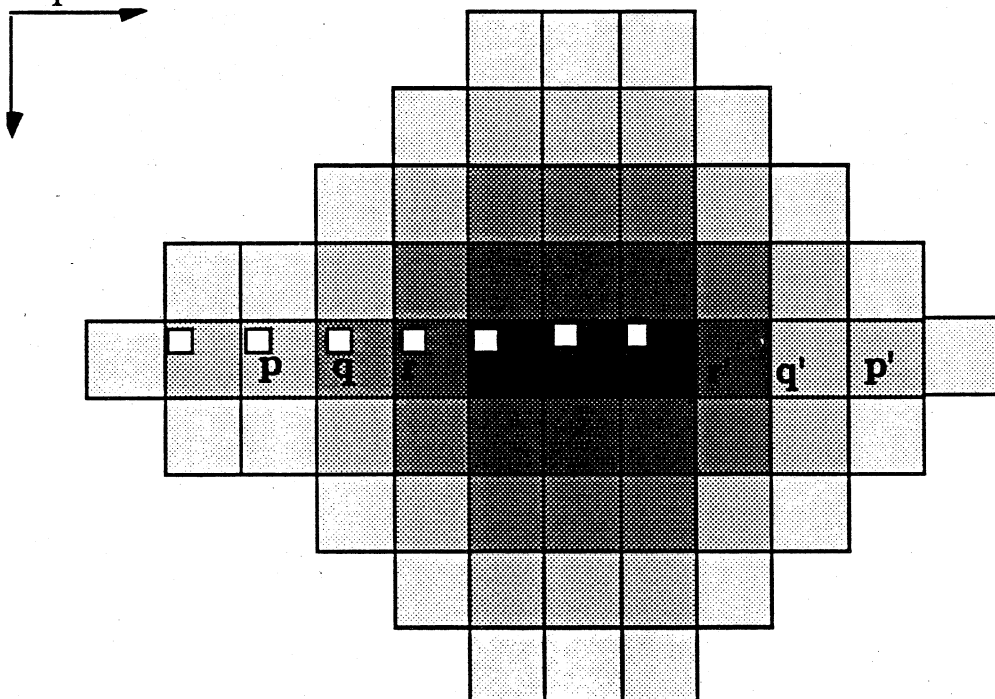
c)



f)

Assottigliamento e DT

Un pixel multiplo indotto q può essere identificato nella DT solo dopo che sia stato già identificato, e marcato come appartenente al contorno, il pixel multiplo p che ne induce la molteplicità. Se p precede q nella direzione seguita per la scansione dell'immagine, allora q è trovato come multiplo direttamente durante la scansione. Altrimenti, per evitare di appesantire la computazione con ulteriori scansioni dell'immagine, l'identificazione dei pixel multipli indotti è fatta con un processo di crescita di percorsi di connessione verso le direzioni già esplorate.



Assottigliamento e DT

La procedura può essere schematicamente descritta come segue. L'immagine viene ispezionata durante una scansione diretta. Ogni pixel p della DT via via incontrato è visto come appartenente al contorno e, in corrispondenza di esso, si verificano le condizioni di semplicità del contorno in $N_8(p)$. Questi sono etichettati come p oppure hanno etichetta negativa e, in valore assoluto, minore di p . Se p risulta multiplo la sua etichetta è moltiplicata per -1 ; quindi si interrompe momentaneamente la scansione diretta, e si inizia il processo di crescita di percorso. A questo scopo, si verifica se p induce uno dei suoi vicini n_i ($i=1,4$) a diventare un pixel multiplo indotto. Può essere provato che p induce al più uno di tali vicini, diciamo n_k , e ciò avviene solo se n_k ha un'etichetta positiva maggiore di p e, in $N_8(n_k)$, almeno una delle condizioni di semplicità del contorno risulta falsa. Se n_k è indotto a divenire multiplo saranno ispezionati i suoi vicini per vedere se uno di questi è a sua volta indotto a divenire multiplo.

Assottigliamento e DT

I vicini da ispezionare sono solo tre. Essi vengono selezionati in base alla direzione di collegamento tra p e n_k .

*	*	*
	q	
	p	

*	*	
*	q	
		p

Il processo di crescita termina quando il percorso di connessione incontra una componente di pixel multipli intrinseci. A questo punto viene ripresa la scansione diretta.

Al termine della scansione, risultano marcati con il segno negativo tutti e soli i pixel multipli che si sarebbero trovati applicando a F il processo di assottigliamento iterato. Questi costituiscono un insieme che soddisfa le proprietà richieste allo scheletro di F , con esclusione della proprietà di linearità.

Assottigliamento e DT

Poiché lo spessore dell'insieme di pixel multipli è al più di due pixel, la riduzione a spessore unitario è ottenibile nel corso di una sola ispezione sequenziale dell'immagine. Notiamo che, qualunque sia il procedimento seguito per assottigliare F , perché S abbia spessore unitario bisogna eliminare alcuni massimi locali e, di conseguenza, non si può soddisfare completamente la proprietà di reversibilità. Tuttavia, la perdita in ricostruzione riguarda solo alcuni pixel periferici ed in genere non pregiudica l'uso dello scheletro come sistema di rappresentazione.

Il costo della procedura di scheletrizzazione è molto contenuto. Infatti, l'intero processo richiede quattro scansioni. Di queste, due occorrono per calcolare la DT, una (integrata nel processo di crescita) occorre per identificare i punti multipli ed una per ridurre l'insieme di pixel multipli a spessore unitario.

Scheletro

Lo scheletro è un buon sistema di rappresentazione, in quanto permette metodi efficienti per valutare le proprietà della figura senza dover far ricorso alla trasformazione inversa per rigenerare la figura stessa.

E' stato mostrato che se N è la cardinalità dello scheletro, il processo sequenziale più conveniente per la valutazione di proprietà quali area, perimetro e momenti di una figura o di parti della stessa ha costo $O(N)$. Tale costo è minore di quello necessario a valutare le stesse proprietà a partire dalla figura stessa.

Gabriella

Lo scheletro, essendo per sua natura un grafo, è uno dei sistemi di rappresentazione più adeguati per essere impiegato in un processo di descrizione, qualora si intenda seguire un approccio di tipo strutturale. Secondo tale approccio, la figura viene decomposta in parti elementari, per ipotesi facilmente descrivibili. La descrizione della figura è poi ottenuta in termini della descrizione delle parti elementari e delle relazioni spaziali tra queste.

Scheletro

Una descrizione adeguata può essere quella ottenuta mediante un grafo in cui i nodi, che corrispondono alle regioni costituenti la figura, sono etichettati con i valori delle proprietà che caratterizzano queste, mentre gli archi rappresentano le relazioni spaziali tra le regioni. La decomposizione dello scheletro va eseguita ogni volta che la figura da descrivere ha forma complessa. Una decomposizione elementare dello scheletro si può ottenere prendendo come punti di partizione i punti di diramazione, cioè i punti dello scheletro con più di due vicini. Una volta ottenuta la partizione dello scheletro, la descrizione della figura rappresentata viene data valutando, per ognuna delle parti in cui lo scheletro è stato diviso, le proprietà della regione corrispondente. Le relazioni spaziali tra le regioni sono facilmente deducibili dato che lo scheletro preserva la connessione.

Potatura

La potatura è un procedimento che permette un filtraggio dell'immagine.

Consiste essenzialmente nell'eliminazione di "rami secchi" dello scheletro.

Gli estremi degli archi da potare vengono individuati come pixel caratterizzati da una data distanza dall'interno della figura. In questo modo è possibile, fissando una soglia diverse su tale valore di distanza, generare un sistema di rappresentazione a vari gradi di risoluzione. E' chiaro infatti che, all'aumentare della soglia sulla distanza minima che un pixel deve avere per essere considerato estremo di arco periferico, il numero di archi periferici di S diminuisce e la rappresentazione ottenuta diventa via via più schematica.

Potatura

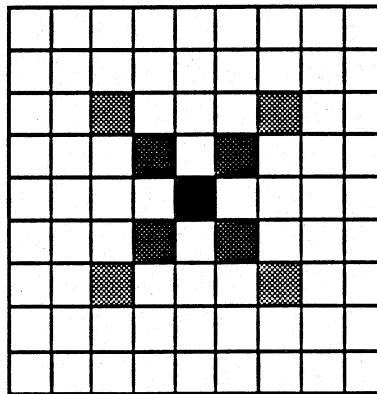
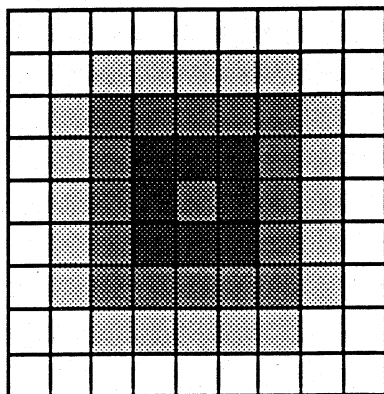
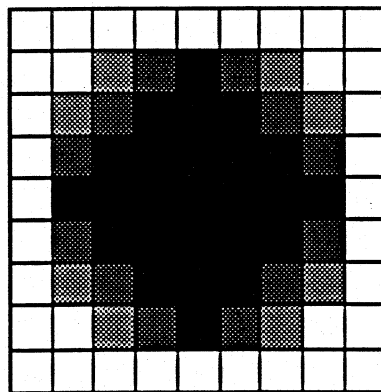


Immagine con i layers e scheletro.



Immagini ricostruite dopo diverse soglie di potatura.

Riempimento

