



LABORATORIO DI VISIONE ARTIFICIALE

Tel. 0382/391372

Telefax 0382/412881

Tecniche e Strumenti per l'Elaborazione di Immagini
ed il Riconoscimento di Forme

Parte I: Livello Basso e Intermedio

2.

11 ottobre 1989

c/o SPERONI Spa, Spessa Po

M. Ferretti:

Segmentazione: ricerca dei contorni, template matching, approcci regionali, soglia, region growing, split and merge.

CARATTERISTICHE GENERALI

- Il processo di segmentazione di un'immagine identifica regioni di pixel che sono omogenee sulla base di una o più caratteristiche.
- Le caratteristiche di omogeneità sono di solito legate a proprietà intrinseche dell'immagine, cioè associabili ad un fenomeno fisico
 - riflettività livello di grigio
 colore
 - distanza
 - texture
 - moto
- Dualità fra REGIONI e CONFINI
 - omogeneità livelli di grigio
 - differenze nei livelli di grigio
- Obiettivi
 - eseguire misure
 - calcolare quantità per la classificazione

DEFINIZIONI FORMALI

Le regioni R_k di un'immagine I sono insiemi di punti x con le seguenti proprietà:

- ① x_i è connesso a x_j in R se e solo se esiste una sequenza $\{x_i, \dots, x_j\}$ nella quale x_k e x_{k+1} sono connessi e tutti gli x sono in R
- ② R è una regione connessa se l'insieme di punti x ha la proprietà che tutte le coppie di punti sono connessi e stanno in R
- ③ $I = \bigcup_{k=1}^m R_k$ e $R_i \cap R_j = \emptyset$ per $i \neq j$

Le regioni di un'immagine che verificano ① ② ③ formano una partizione dell'immagine

- ④ Una regione è omogenea rispetto ad una certa proprietà. Sia $H(R)$ una funzione booleana che misura l'omogeneità.
Allora

$$H(R_k) = \text{vero} \quad \forall k$$

$$H(R_i \cup R_j) = \text{falso} \quad i \neq j$$

ESEGUIRE MISURE

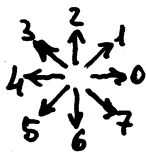
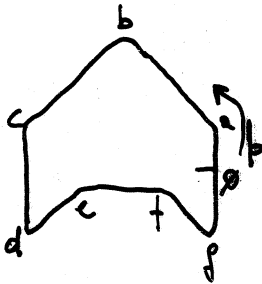
Sulle regioni identificate dal processo di segmentazione si eseguono misure preliminari al processo di classificazione

area

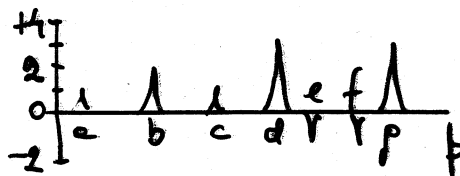
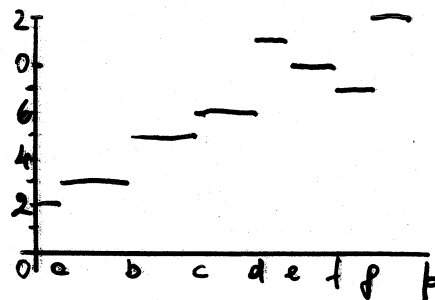
spiglie e conteggio

perimetro

scansione dei bordi o analisi della rappresentazione "chain code"



chain code



difference

$$p = N_{\text{pari}} + \sqrt{2} N_{\text{dispari}}$$

ESEGUIRE MISURE

- ampiezza e lunghezza

durante una scansione

- assi principali

usando i "momenti"

Caratteristiche delle "forme":

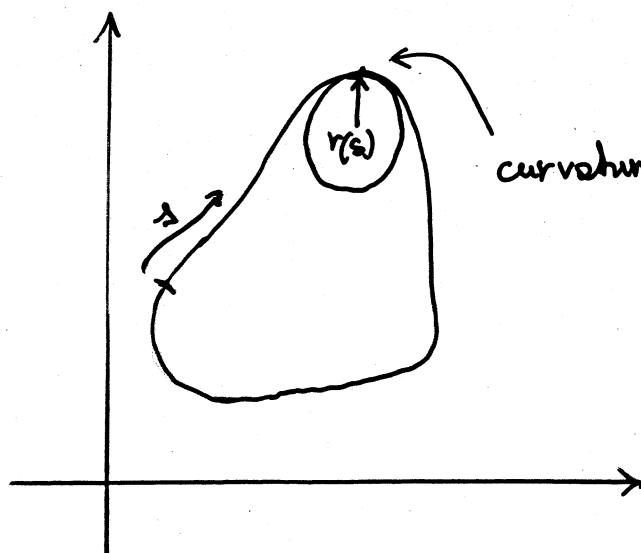
- rettangolarità $R = A/A_R$ $0 < R \leq 1$

vale $\frac{\pi}{4}$ nei cerchi, è prossima a zero per oggetti sottili e curvi

- circolarità o compattezza $C = P^2/A$ $C > 4\pi$

- "energia" del contorno

$$E = \frac{1}{P} \int_0^P |k(s)|^2 ds$$

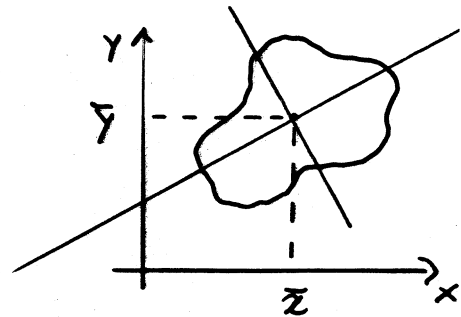


curvature $k(s) = \frac{1}{r(s)}$

ESEGUIRE MISURE

- i momenti

$$M_{jk} = \iint_{-\infty}^{+\infty} x^j y^k f(x,y) dx dy$$



l'insieme $[M_{jk}]$ identifica univocamente la funzione $f(x,y)$

$j+k$ è detto l'ordine del momento

M_{00} è l'area $\propto \int f(x,y) = 1$

$\bar{x} = \frac{M_{10}}{M_{00}}$, $\bar{y} = \frac{M_{01}}{M_{00}}$ definiscono il baricentro

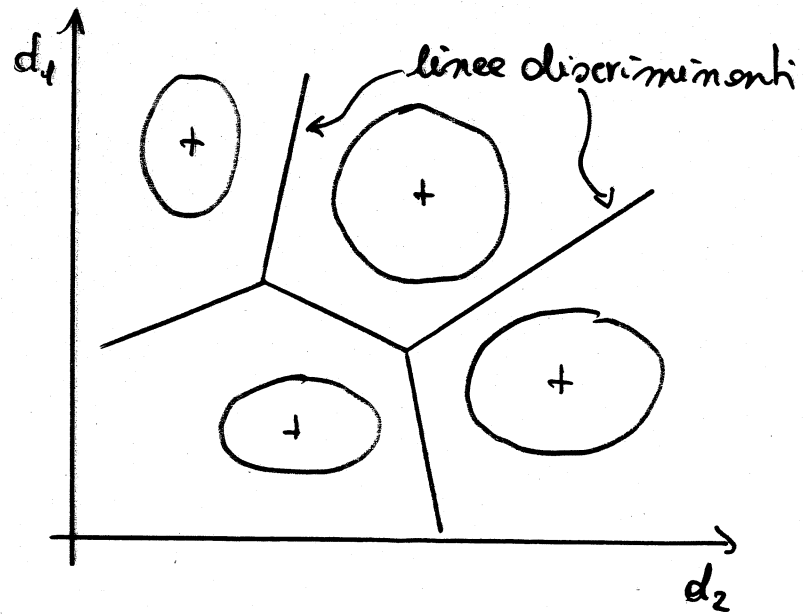
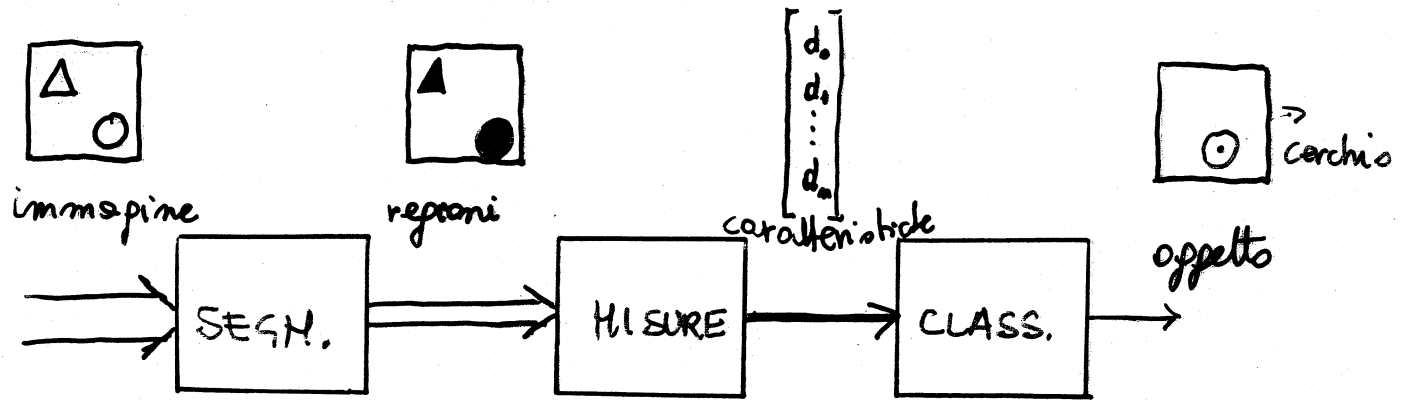
- momenti centrali

$$\mu_{jk} = \iint_{-\infty}^{+\infty} (x-\bar{x})^j (y-\bar{y})^k f(x,y) dx dy$$

assi principali $\tan \theta = \frac{2\mu_{11}}{\mu_{20} - \mu_{02}}$

invarianza dei momenti centrali nel sistema degli assi principali alle traslazioni, rotazioni, modifiche di scala

CLASSIFICARE



CONTORNI COME DISCONTINUITA'

- I contorni che si rilevano nelle immagini come discontinuità derivano da un processo fisico che ha contribuito alla formazione dell'immagine.
- Le immagini sono proiezioni 2D di entità 3D
- Le discontinuità nei livelli di grigio misurate sono tali in zone limitate dell'immagine
- Esiste una molteplicità di fenomeni fisici che possono dar origine a queste discontinuità
materiale (assorbimento radiazione)
tipo di illuminazione
occlusioni fra oggetti
- Esistono discontinuità non associabili a fenomeni fisici
ombre
- Le discontinuità sono tali con un certo contrasto
- Le discontinuità possono esser dovute al rumore

- Operatori DIFFERENZIALI
- Operatori a TEMPLATE
- Operatori PARAMETRICI (con un modello)

in comune :

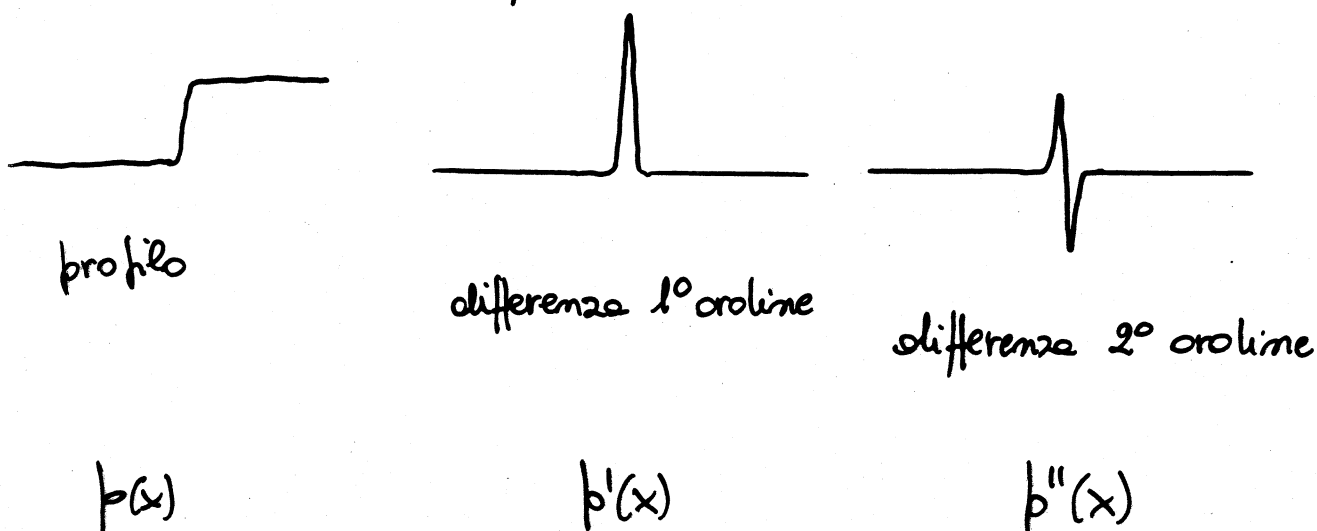
- identificazione di una direzione allineata nella direzione di massimo cambiamento
- identificazione di una forza o modulo di misura la variazione
- rapporto locale, basato su un intorno del pixel molto inferiore al diametro della regione

differenze :

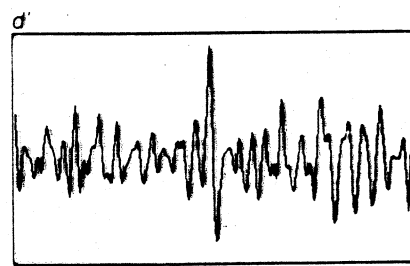
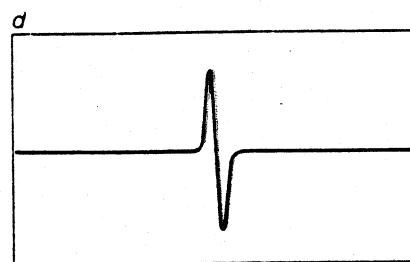
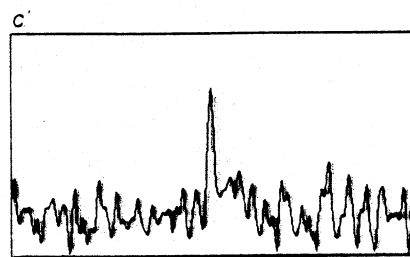
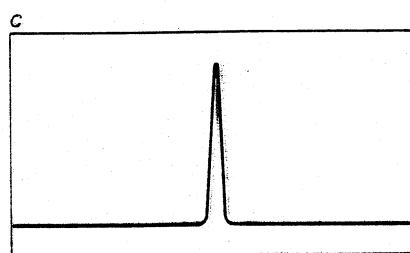
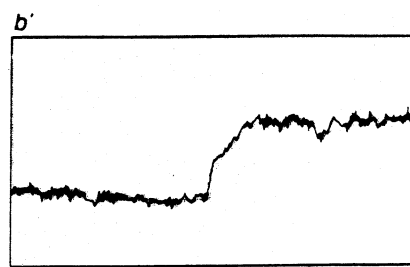
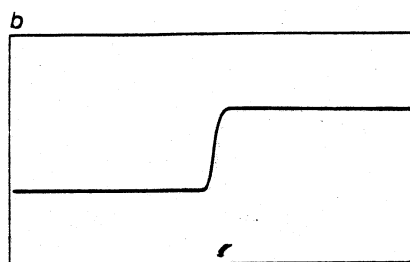
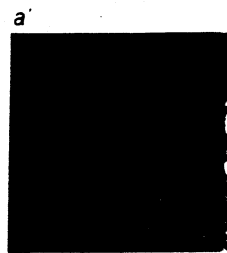
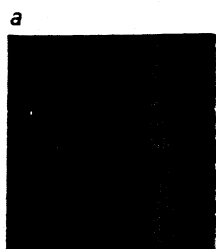
- la terza classe è computazionalmente più onerosa delle altre
- nella prima classe la direzione è calcolata, nella seconda è scelta

OPERATORI DIFFERENZIALI

- Idea delle "differenze"



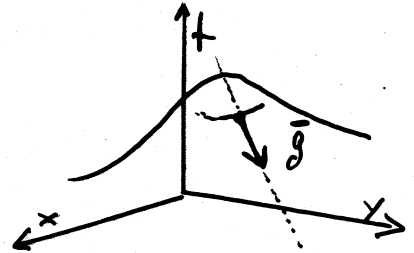
- il problema della sensibilità al rumore
 - filtraggio preliminare per regolarizzare $p(x)$
- classificazione
 - supporto
 - uso di f' o f''
 - isotropie



OPERATORI DIFFERENZIALI

Modello : il gradiente della "superficie"
 $f(x,y)$ associata all'immagine

$$\vec{g}(x,y) = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{u}_x + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{u}_y$$



direzione $\vartheta = \arctan \left(\frac{\partial f}{\partial x} / \frac{\partial f}{\partial y} \right)$

modulo $|\vec{g}|^2 = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$

NB : isotropia

- 1) Un operatore differenziale isotropico lineare può fare uso solo di derivate di ordine pari
- 2) Un operatore differenziale isotropico qualsiasi può usare derivate di ordine dispari solo se elevate a potenze pari

OPERATORI DIFFERENZIALI

Approssimazione : uso delle differenze $W_1 \approx \frac{\partial f}{\partial x}$
nel discreto

$$W_2 \approx \frac{\partial f}{\partial y}$$

supporto 2×2

a	b
d	e

Operatore di Robert

$$W_1 = |a - e| \quad W_2 = |b - d|$$

supporto 3×3

a	b	c
d	e	f
g	h	i

Operatore di Prewitt

$$W_1 = (a + b + c) - (g + h + i)$$

$$W_2 = (a + d + g) - (c + f + i)$$

Operatore di Sobel

$$W_1 = (a + 2b + c) - (g + 2h + i)$$

$$W_2 = (a + 2d + g) - (c + 2f + i)$$

Operatore "isotropico"

$$W_1 = (a + \sqrt{2}b + c) - (g + \sqrt{2}h + i)$$

$$W_2 = (a + \sqrt{2}d + g) - (c + \sqrt{2}f + i)$$

direzione $\theta \approx \arctan(W_1/W_2)$

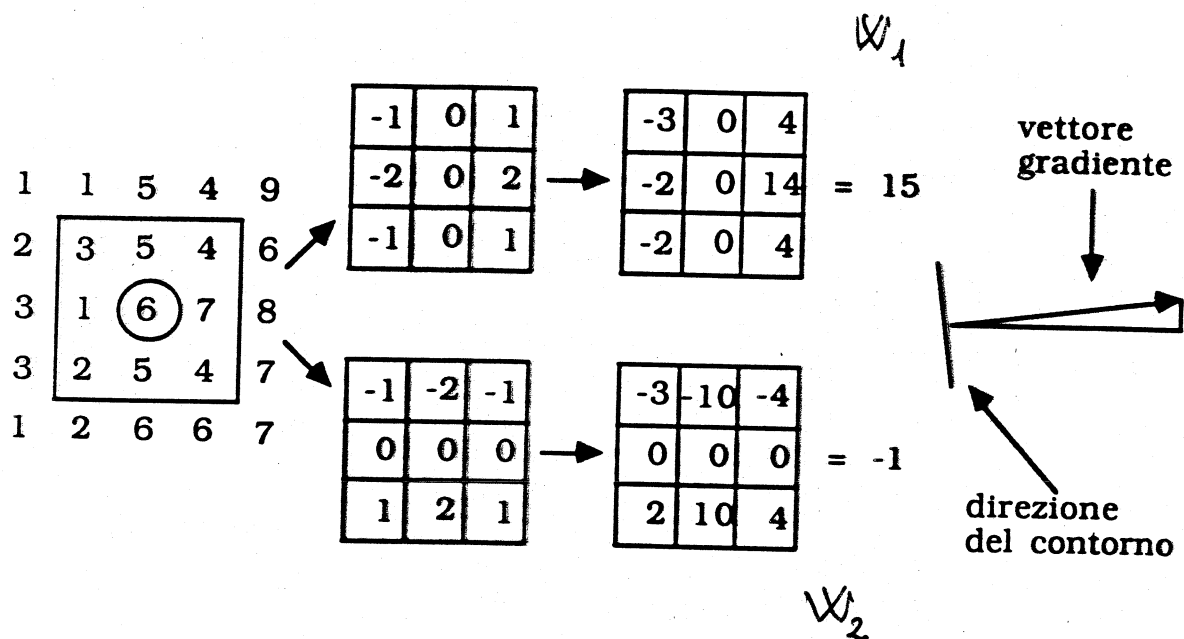
modulo $\cdot (W_1^2 + W_2^2)^{1/2}$

$$\cdot |W_1| + |W_2|$$

$$\cdot \max(|W_1|, |W_2|)$$

OPERATORI DIFFERENZIALI

Un esempio di applicazioni dell'operatore di Sobel



OPERATORI DIFFERENZIALI

Il Laplaciano

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

è il più semplice operatore differenziale
lineare perfettamente isotropico

Approssimazioni alle differenze

1	1	-2	1	-1	0	-1	1	1	1		
1	-4	1	-2	4	-2	0	4	0	1	-8	1
1	1	-2	1	-1	0	-1	1	1	1		

- identifica i gradienti grazie all'attraversamento dello zero.
- non fornisce informazione direzionale
- maggior sensibilità al rumore

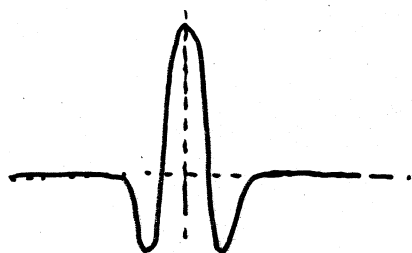
OPERATORI DIFFERENZIALI

l'operatore di Harr / Hildreth

$$\nabla^2 G(x, y) \quad G(x, y) = e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$

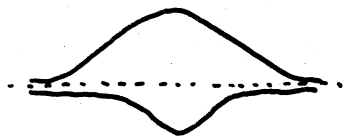
$$\nabla^2 G(r) = -\frac{1}{\pi\sigma^4} \left(1 - \frac{r^2}{2\sigma^2}\right) e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}$$

- attraversamento degli zeri delle derivate seconde
- uso di diverse scale alle quali il contorno viene cercato (multirisoluzione) variando la σ della gaussiana.



Capello merricano

- calcolabile come differenza di 2 gaussiane, una eccitatoria, l'altra inibitoria, con $\sigma_1/\sigma_2 \approx 1/1.6$

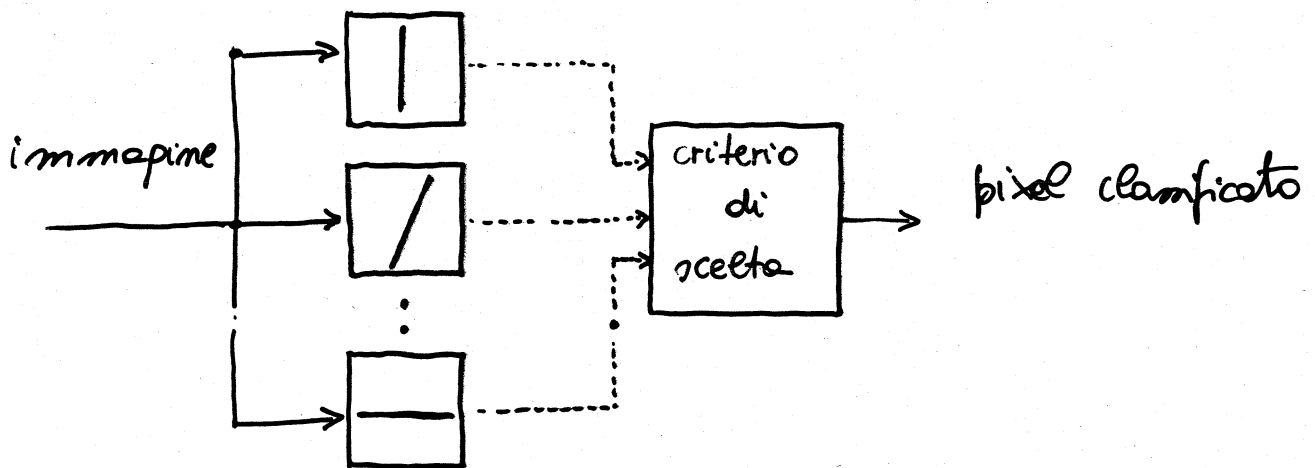


- viene usato convolvendo l'immagine I con la gaussiana per attenuare il rumore

$$\nabla^2 (G * I) = 0$$

OPERATORI A TEMPLATE

- I template (maschere) sono un insieme di modelli di contorno locale
- Applicando ad ogni pixel queste maschere, si registra l'intensità della risposta. Usando un criterio di decisione legato al valore della risposta, si sceglie la maschera che meglio si adatta a quell'intorno



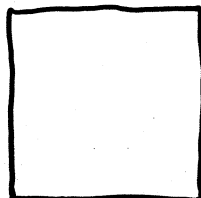
- il supporto delle maschere può essere vario



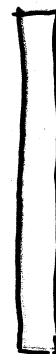
2x2



3x3



5x5



1xn

OPERATORI A TEMPLATE

compass	kirsch	livello-3	livello-5
1 1 1 1 -2 1 -1 -1 -1	5 5 5 -3 0 -3 -3 -3 -3	1 1 1 0 0 0 -1 -1 -1	1 2 1 0 0 0 -1 -2 -1
1 1 1 1 -2 -1 1 -1 -1	5 5 -3 5 0 -3 -3 -3 -3	1 1 0 1 0 -1 0 -1 -1	2 1 0 1 0 -1 0 -1 -2
1 1 -1 1 -2 -1 1 1 -1	5 -3 -3 5 0 -3 5 -3 -3	1 0 -1 1 0 -1 1 0 -1	1 0 -1 2 0 -2 1 0 -1
1 -1 -1 1 -2 -1 1 1 1	-3 -3 -3 5 0 -3 5 5 -3	0 -1 -1 1 0 -1 1 1 0	0 -1 -2 1 0 -1 2 1 0
-1 -1 -1 1 -2 1 1 1 1	-3 -3 -3 -3 0 -3 5 5 5	-1 -1 -1 0 0 0 1 1 1	-1 -2 -1 0 0 0 1 2 1
-1 -1 1 -1 -2 1 1 1 1	-3 -3 -3 -3 0 5 -3 5 5	-1 -1 0 -1 0 1 0 1 1	-2 -1 0 -1 0 1 0 1 2
-1 1 1 -1 -2 1 -1 1 1	-3 -3 5 -3 0 5 -3 -3 5	-1 0 1 -1 0 1 -1 0 1	-1 0 1 -2 0 2 -1 0 1
1 1 1 -1 -2 1 -1 -1 1	-3 5 5 -3 0 5 -3 -3 -3	0 1 1 -1 0 1 -1 -1 0	0 1 2 -1 0 1 -2 -1 0

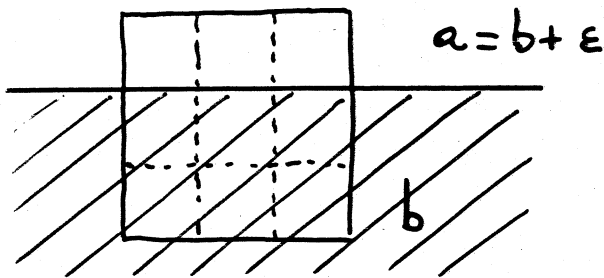
- 8 possibili orientazioni di un lato in un intorno 3x3

OPERATORI A TEMPLATE

$\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} & 1 \\ -1 & \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & \\ & -1 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

OPERATORI A TEMPLATE

La risposta degli operatori a template è basata sul contrasto assoluto



Risposta di compass

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{matrix}$$

$$3a - 3b = 3\epsilon$$

Kirsch

$$\begin{matrix} 5 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{matrix}$$

$$15a - 15b = 15\epsilon$$

livello-3

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{matrix}$$

$$3a - 3b = 3\epsilon$$

livello 5

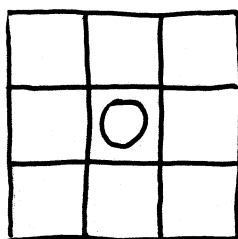
$$\begin{matrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{matrix}$$

$$5a - 5b = 5\epsilon$$

OPERATORI A TEMPLATE

2° operatore 3-su-9

1 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 1	0 1 1	1 1 1	1 1 0
1 0 0	1 0 0	0 0 0	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 0	1 0 0
1 0 0	1 1 0	1 1 1	0 1 1	0 0 1	0 0 0	0 0 0	0 0 0
L_0	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	L_7



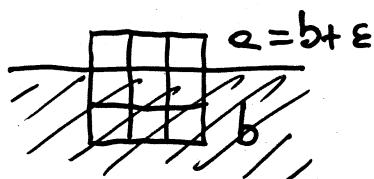
P è la somma dei livelli di proprio dei 9 pixels

Criterio: scelta di una costante h

Un punto è sede di foto se esiste un template L_i tale che:

$$L_i * I > hP$$

Nel caso



av' equivale a:

$$\underbrace{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{h} - 1 \right)}_{\tau} > \frac{b}{a}$$

$$\tau > \frac{b}{a}$$

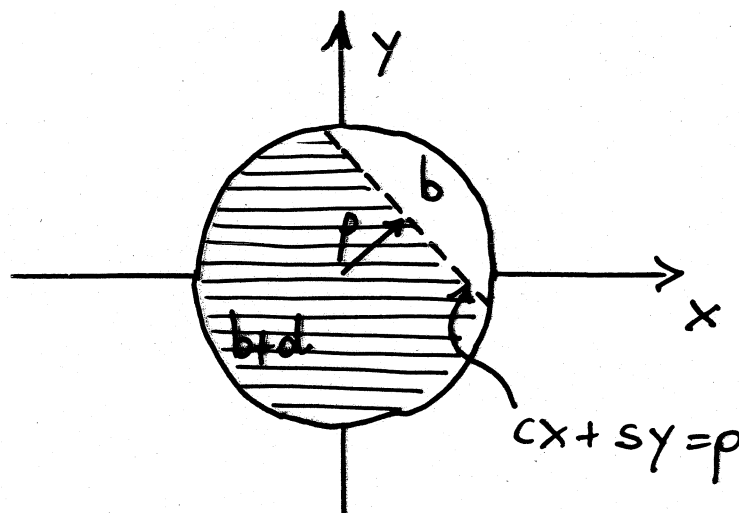
CONTRASTO RELATIVO

OPERATORI PARAMETRICI

Il contorno è descritto da un modello matematico in funzione di pochi parametri.

Gli operatori minimizzano una funzione di errore ed identificano così i parametri che meglio adattano il modello ai valori dei pixel dell'immagine.

Il metodo di Hueckel



Modello in 5 parametri c, s, p, b, d

funzione di errore $\int_{\text{cerchio}} |I(x,y) - M(x,y,c,s,p,b,d)|^2 dx dy$

OPERATORI PARAMETRICI

il metodo di Frei - Chen

- Uso di una base ortonormale di funzioni per fare lo "sviluppo" in serie di un'immagine in un intorno limitato
- I parametri sono le proiezioni dell'immagine sulle funzioni della base

$$\langle f, h_k \rangle = \sum_p f(x_p) h_k(x - x_p)$$

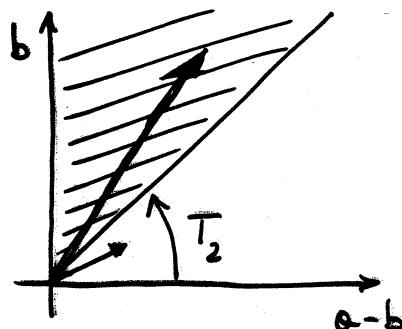
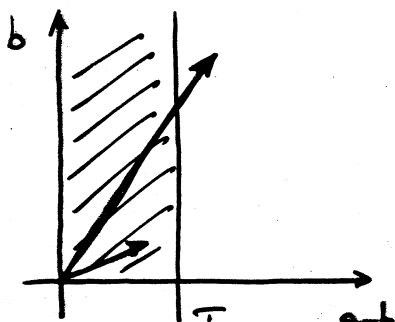
$$f(x) = \sum_k \langle f, h_k \rangle \frac{h_k(x - x_p)}{\langle h_k, h_k \rangle}$$

- Quando l'immagine è molto simile ad una delle funzioni della base, la sua proiezione su tale funzione è molto elevata
- h_1 e h_2 sono le basi più simili al predorso

Posto $E = \sum_k \langle f, h_k \rangle^2$ e $S = \sum_k \langle f, h_k \rangle^2$

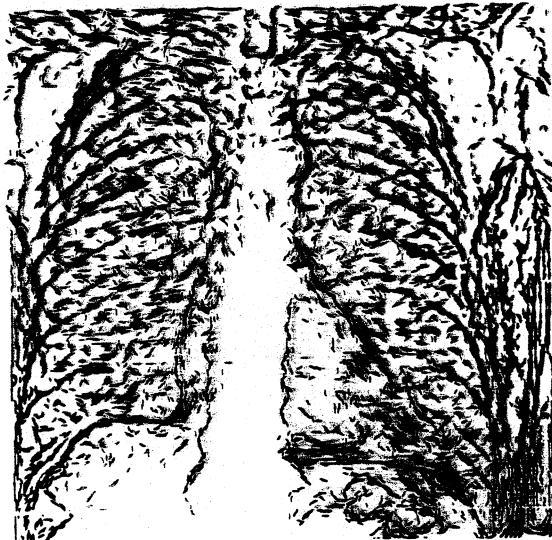
la direzione del contorno è data da

$$\cos \theta = \sqrt{E/S}$$



DAI CONTORNI ALLE REGIONI

- dualità contorni-regioni : l'insieme di pixel sede di lato deve essere trasformato in una forma continua mono-dimensionale
gli operatori per l'estrazione dei lati di solito non lo permettono
- la raccolta di punti sede di lato in un insieme coerente che dia origine al contorno di una regione deve individuare transizioni significative
- questo raggruppamento può avvenire con l'uso di maggior o minor "conoscenze a priori"



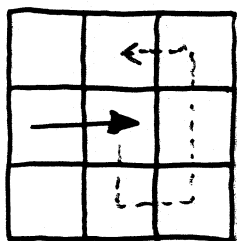
DAI CONTORNI ALLE REGIONI

- Inseguimento dei contorni
dà risultati accettabili solo per
immagini con poco rumore
- Programmazione dinamica
è un metodo matematico molto
generale che identifica il "miglior"
contorno possibile in modo globale,
anche in presenza di parecchio rumore
- Ricerca su grafo
l'immagine vede di lato è
rappresentata come un grafo
(pixel $\rightarrow$ nodi; contorni $\rightarrow$ lati del
grafo). Un contorno fra regioni
è un particolare "cammino" nel
grafo
- Trasformata di Hough
per rette e per altre forme analitiche

DAI CONTORNI ALLE REGIONI

Inseguimento dei contorni

- immagini binarie $\rightarrow$ regioni 4 o 8 connesse



direzione
di
ingresso

senso della
scansione
dell'interno



- immagini a più livello di grigio

a) uso della direzione del gradiente θ
dato un punto identificato come
appartenente al contorno, i 2 condi-
zioni successive devono stare a $\theta_p \pm \frac{\pi}{2}$

b) modello a striscia o a regione
del contorno direttamente sull'im-
magine originale

CARATTERISTICHE GENERALI

- uso di caratteristiche dell'immagine per mettere in corrispondenza pixels nell'immagine di input con insiemi di pixels detti REGIONI
- un processo di classificazione dei pixels
- REGIONI
 - ① zone associate ad oggetti nel mondo fisico o a parti significative di tali oggetti
 - ② zone di interesse omogenee rispetto ad una funzione specifica
- Aspetti geometrici
 - 2 connesse
 - 8 connesse
 - connesse non semplicemente
 - sovrapposizioni

CARATTERISTICHE GENERALI

TECNICHE GLOBALI

I pixel sono raggruppati in REGIONI sulla base di un gran numero di pixel distribuiti in tutta l'immagine
↳ soglia

TECNICHE "REGIONALI"

- ACCRESCIMENTO : la classificazione dei pixel sulla base di una proprietà di omogeneità genera, per iterazione, insiemi sempre maggiori
→ regioni
- SUDDIVISIONE : l'immagine è considerata una regione unica inizialmente ed è suddivisa in sottoparti fino a quando le sottoparti soddisfanno il criterio
- SUDDIVISIONE e FUSIONE : è un metodo eterarchico che suddivide arbitrariamente in regioni, poi fonde regioni contigue "simili" e spezza regioni non omogenee

TECNICHE di RILASSAMENTO

classificazione probabilistiche iterative sui pixel

TECNICHE GLOBALI

- la classificazione dei pixel in regioni si basa di solito su un modello di immagine oggetto / sfondo
- le statistiche sui livelli di grigio (ISTOGRAMMA) servono ad identificare una SOGLIA che funge da criterio di classificazione

SOGLIA GLOBALE

$$g(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{se } f(x,y) \geq t \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

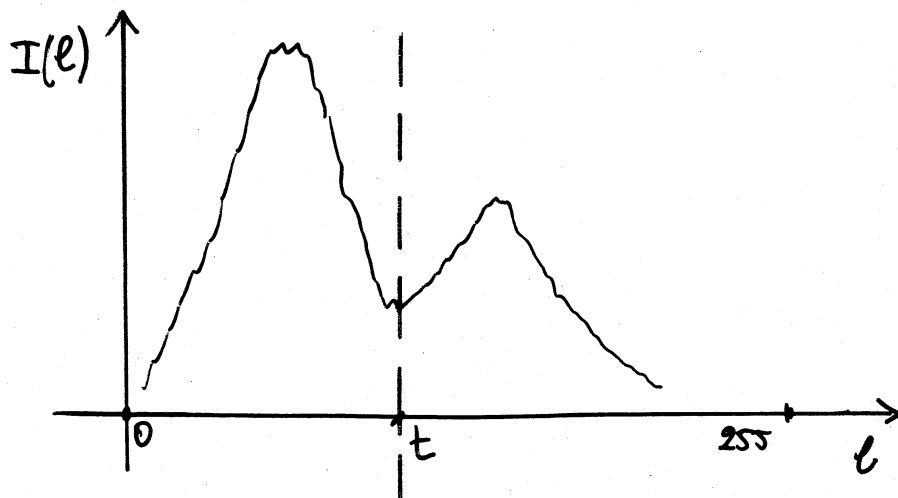
oggetto $\swarrow$ $\searrow$ sfondo
 costante
 funzione

SOGLIA ADATTIVA

$$g(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{se } f(x,y) > t(x,y, \phi(x,y), f(x,y)) \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

TECNICHE GLOBALI - SOGLIA GLOBALE

- Scelta della soglia t : ipotesi di BIMODALITA' dell'istogramma.



t è la valle dell'istogramma bimodale

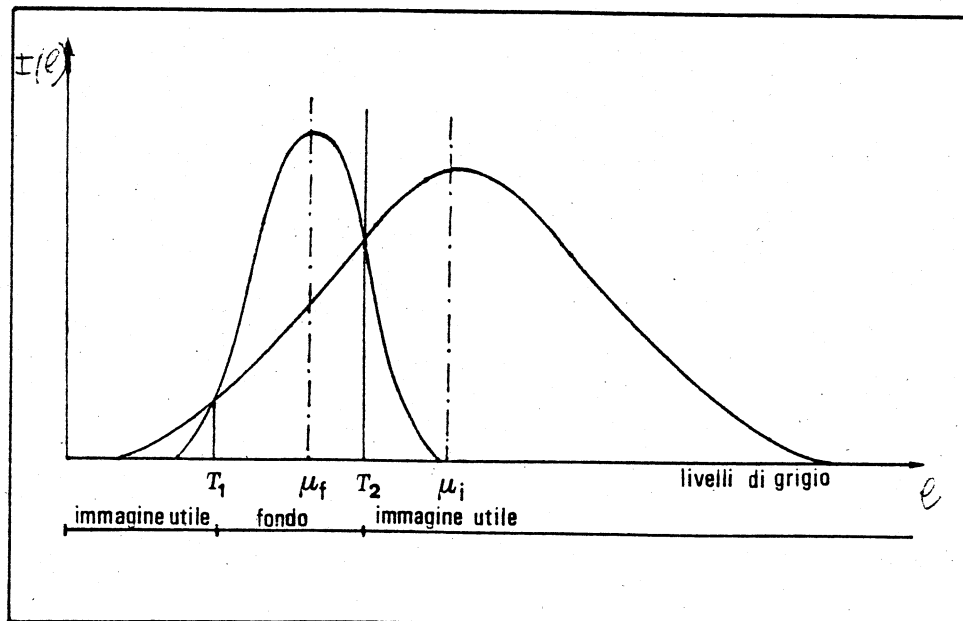
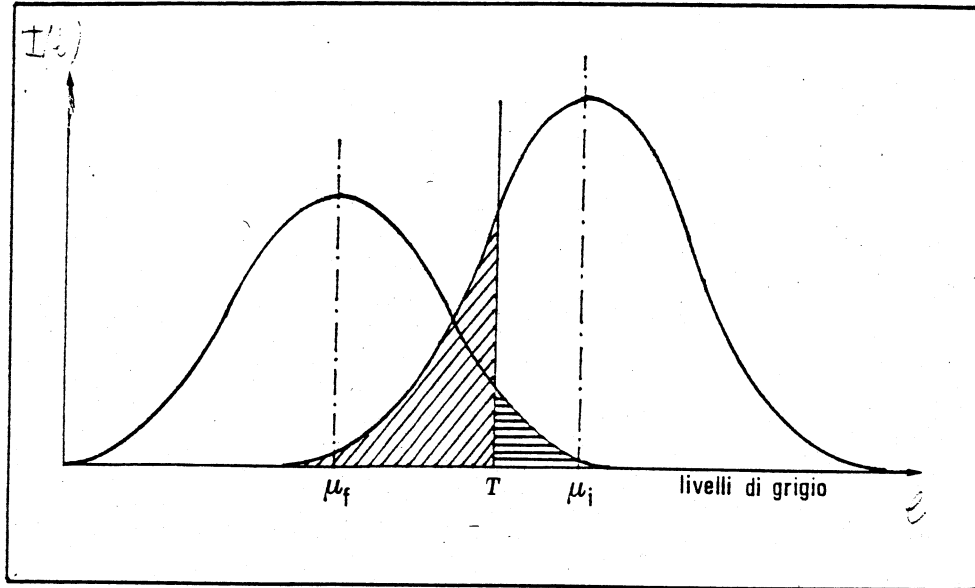
- se $I(l)$ è abbastanza regolare, t è un "minimo" fra 2 "massimi"
- trasformazioni sull'immagine per rendere più bimodale l'istogramma
 - i punti sede di lato hanno valori di grigio intermedio
↓
istogramma di punti con basso valore di "edge"

TECNICHE GLOBALI - SOGLIA GLOBALE

- Scelta di t : criterio analitico che rende minimo l'errore di classificazione
Best fitting di 2 gaussiane
- ipotesi di BIMODALITA'
- ogni "modo" è descritto analiticamente da una funzione gaussiana di media μ e deviazione standard σ (immagine $\rightarrow \mu_i, \sigma_i$; sfondo $\rightarrow \mu_s, \sigma_s$)
- P_i è la probabilità a priori che un pixel appartenga all'immagine, P_s allo sfondo ($P_i + P_s = 1$)
- scelta una soglia t , la probabilità di commettere un errore è

$$E(t) = P\{(\text{pixel} < t) \in \text{imm.}\} + P\{(\text{pixel} > t) \in \text{sfondo}\}$$

$$E(t) = \frac{P_i}{\sqrt{2\pi} \sigma_i} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{(x-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}} dx + \frac{P_s}{\sqrt{2\pi} \sigma_s} \int_t^{+\infty} e^{-\frac{(x-\mu_s)^2}{2\sigma_s^2}} dx$$



TECNICHE GLOBALI - SOGLIA ADATTIVA

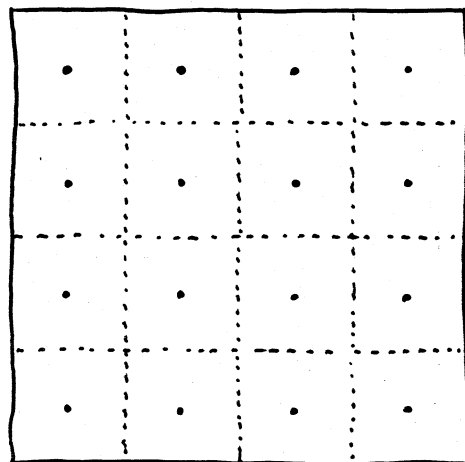
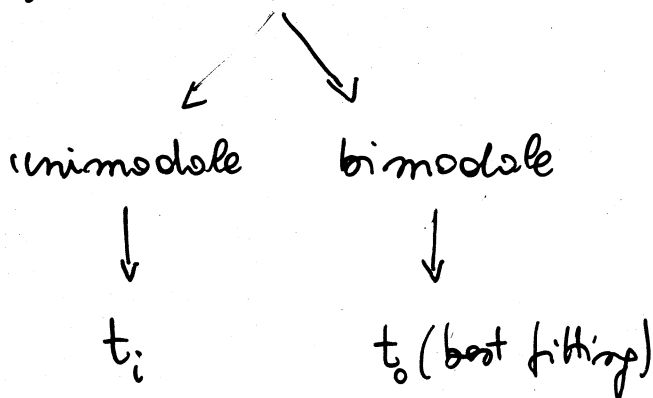
- quando lo sfondo è dotato di più livelli di grigio, la separazione dall'oggetto con un'unica soglia non è buona
- quando gli oggetti sono più di uno e l'istogramma è multi-modale

$$t(x, y, \phi(x, y), f(x, y))$$

Metodo di Chow - Kaneko

a) partizione dell'immagine

b) test di bimodalità



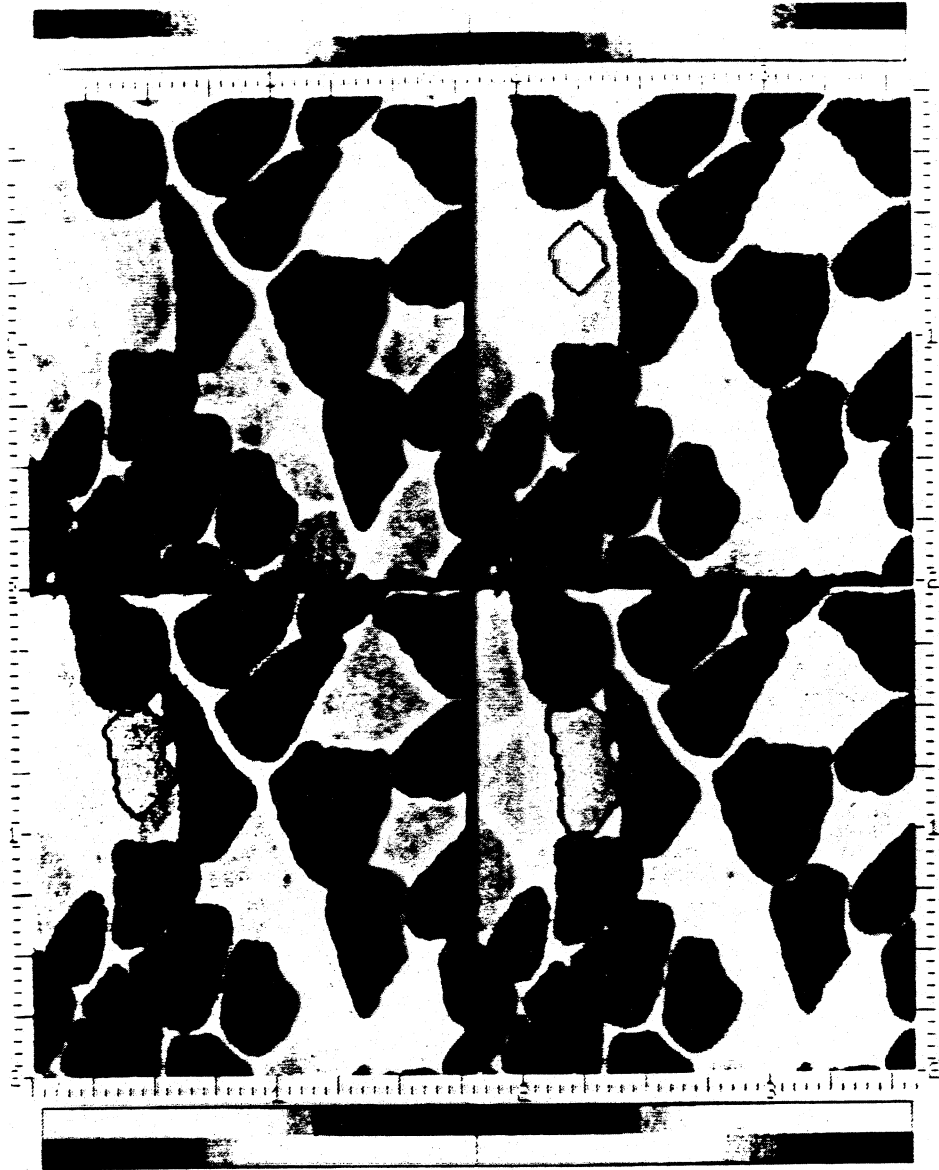
c) interpolazione bilineare per ottenere $t(x, y, \dots)$

Metodo di ACCRESCIMENTO delle regioni

- si sceglie un criterio di omogeneità da usare per classificare i singoli punti
(ad esempio: valore medio dei propri
temperatura
colori)
- inizialmente l'immagine è suddivisa in moltissime piccole zone (al limite i pixels) nelle quali viene calcolata la proprietà di omogeneità
- zone adiacenti sono fuse se la differenza fra le proprietà è inferiore ad un certo livello
- dopo ogni fusione si ricalcolano nelle nuove regioni i valori della proprietà
- si ripete il procedimento di analisi per fusione fino a che non si riescano a fondere più regioni

è una tecnica costosa ma ha il pregio di poter usare PIÙ CRITERI simultaneamente

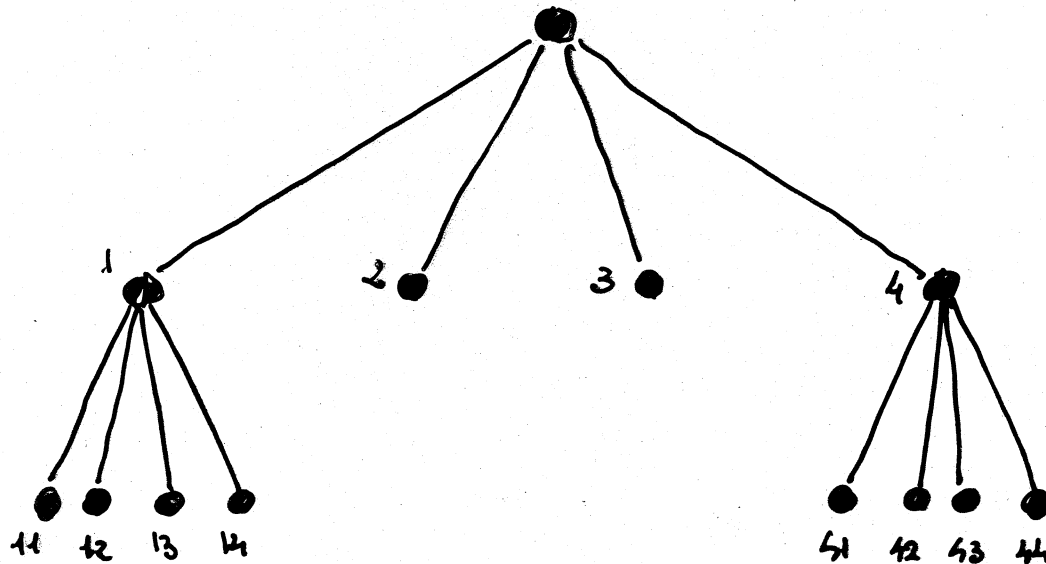
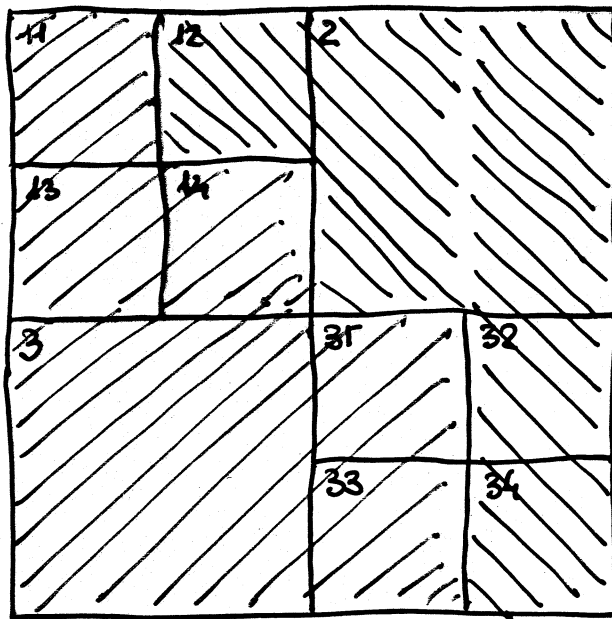
ACCRESCIAMENTO DI REGIONE



TECNICA DI SPLIT/MERGE

- Struttura dati gerarchica che rappresenta l'immagine a più livelli di risoluzione
 - Regioni organizzate a gruppi di 4:
risoluzione massima $\rightarrow$ regione $\equiv$ pixel
- ① L'algoritmo di split/merge prende una qualsiasi suddivisione dell'immagine
 - ② usa un criterio di omogeneità H e
 - a) per ogni sottoregione che non soddisfa H , esegue una suddivisione in 4 sottor.
 - b) per ogni gruppo di 4 regioni che soddisfano H , ne esegue una fusione
 - ③ terminazione quando non esistono più regioni nelle quali eseguire a) o b)
 - ④ regioni contigue, onde x diverse per dimensione, sono fuse x omogenee

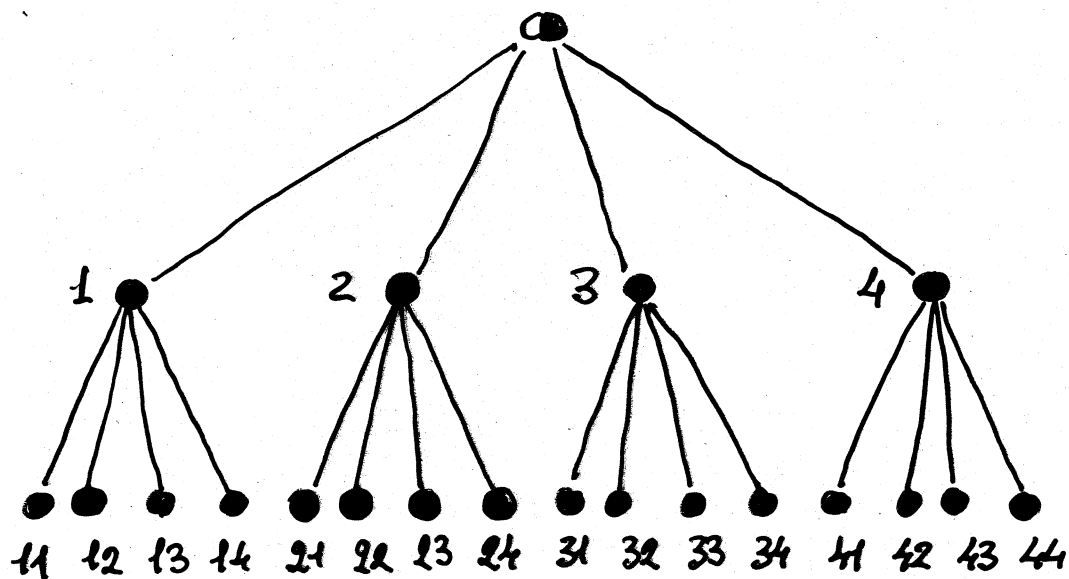
SUDDIVISIONE : SPLITTING



quad-tree

SPLIT / MERGE

11	12	21	22
13	14	23	24
31	32	41	42
33	34	43	44



quad - pyramid