Intelligenza Artificiale II

Calcolo evolutivo

Elementi di teoria

Marco Piastra

Varianti del calcolo evolutivo

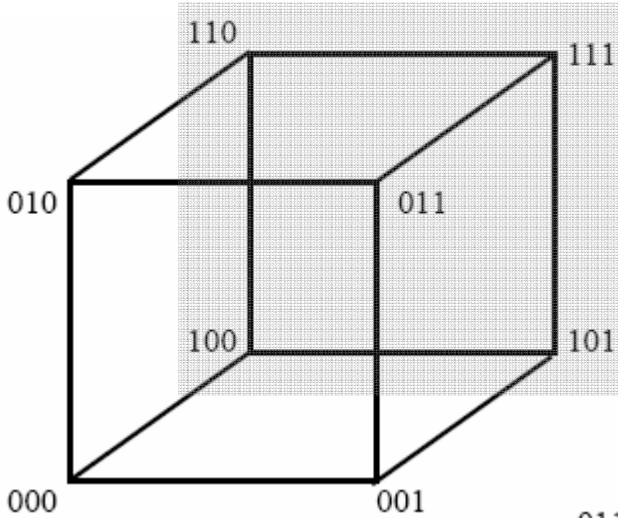
- Rappresentazione degli individui
  - Vettori di bit, di interi, di numeri reali
  - Grafi
  - Alberi
  - Dimensione fissa, limitata o variabile
- Operatori genetici
  - Mutazione, *crossover*
  - Operatori speciali (dipendenti dalla rappresentazione)
- Metodi di selezione
  - *Roulette* (*fitness proportionate*)
  - *Tournament*
- Processo evolutivo
  - *Generation-based*
  - *Steady state*
- Fitness
  - Scalare
  - Multi-valore (multi-obiettivo)

Evoluzione di stringhe di bit: schemi e iperpiani

- Spazi di ricerca

  Si consideri una popolazione di stringhe binarie di lunghezza tre

  Lo spazio di ricerca (tutti i possibili individui) può essere rappresentato come un **cubo**



- Schemi

  Lo schema $1**$ descrive tutti gli individui aventi un 1 al primo posto

  Vale a dire, un piano del cubo

  Il piano complementare è $0**$

- Ordine degli schemi e generalizzazione

  $1**$ descrive un piano di ordine 1, mentre $*01$ descrive un piano di ordine 2

  (**ordine** = numero di bit definiti)

  Generalizzando:

  - Lo spazio delle stringhe binarie (di lunghezza n) è un **ipercubo** (di ordine n)
  - Ogni schema descrive un **iperpiano** (di ordine pari al numero di bit definiti)

Schemi, campionamento e fitness

- Schemi e campionamento

  Una popolazione contiene un campione di ciascuno schema

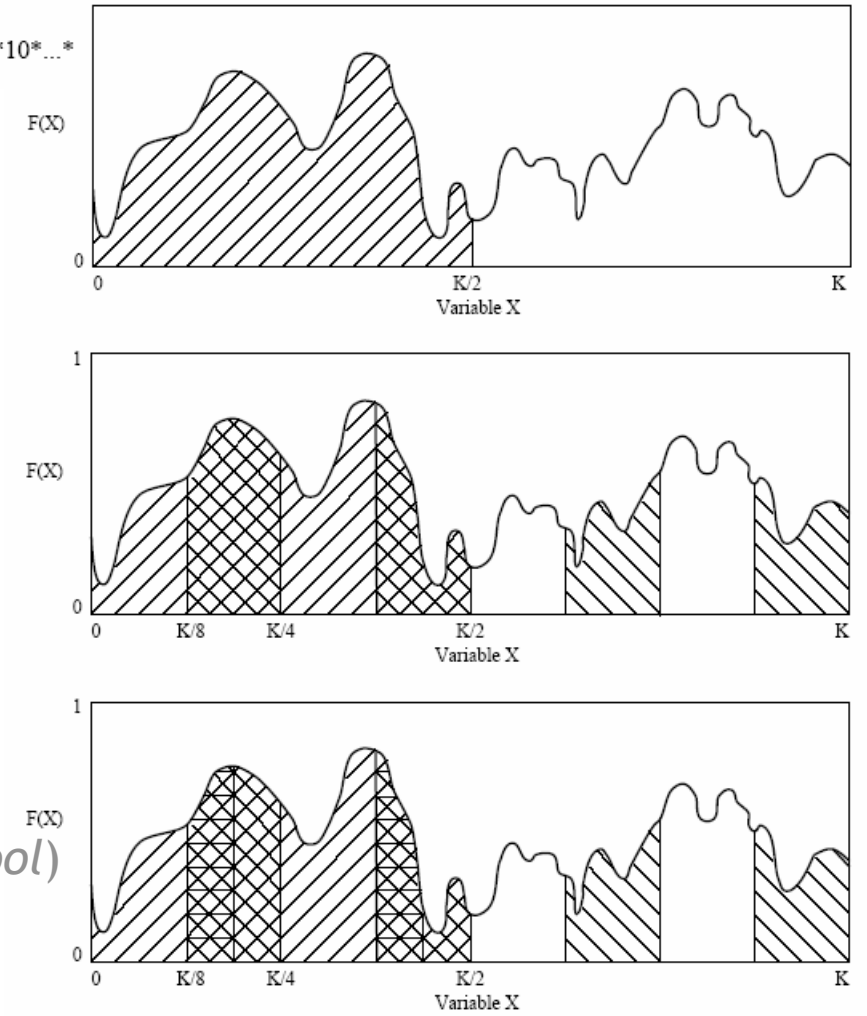
  Si assume che la ricerca avvenga su più iperpiani in parallelo

- Fitness di uno schema

  E` il valor medio delle *fitness* del campione (i.e. tutti gli individui appartenenti all'iperpiano)

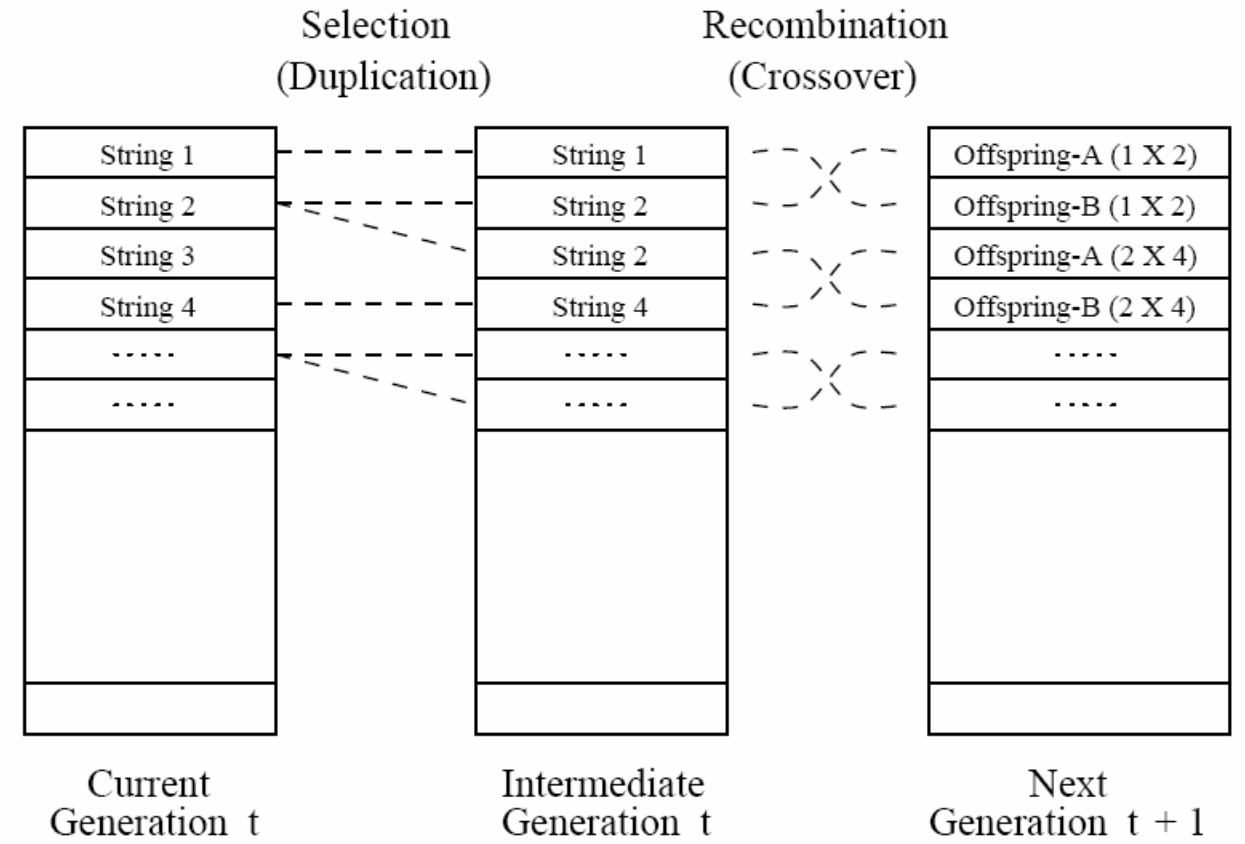
- Selezione *fitness proportionate*

  La strategia di selezione premia (con una maggiore presenza nel *mating pool*) i campioni a *fitness* più elevata



Mating pool

Serve a descrivere i risultati che seguono



Il *mating pool* è l'insieme degli individui selezionati per la ricombinazione

Campioni e selezione

- Esempio
  - Costruzione di un *mating pool*
  - Popolazione casuale di 21 individui
  - Mean
    fitness media dello schema
  - Count
    campioni nella popolazione
  - Expect
    attesi nel *mating pool*
  - Obs
    campioni nel *mating pool*

Schemata and Fitness Values

Schema	Mean	Count	Expect	Obs	Schema	Mean	Count	Expect	Obs
101*...*	1.70	2	3.4	3	*0**...*	0.991	11	10.9	9
111*...*	1.70	2	3.4	4	00**...*	0.967	6	5.8	4
1*1*...*	1.70	4	6.8	7	0***...*	0.933	12	11.2	10
01...*	1.38	5	6.9	6	011*...*	0.900	3	2.7	4
**1*...*	1.30	10	13.0	14	010*...*	0.900	3	2.7	2
11...*	1.22	5	6.1	8	01**...*	0.900	6	5.4	6
11**...*	1.175	4	4.7	6	0*0*...*	0.833	6	5.0	3
001*...*	1.166	3	3.5	3	*10*...*	0.800	5	4.0	4
1***...*	1.089	9	9.8	11	000*...*	0.767	3	2.3	1
0*1*...*	1.033	6	6.2	7	**0*...*	0.727	11	8.0	7
10**...*	1.020	5	5.1	5	*00*...*	0.667	6	4.0	3
*1**...*	1.010	10	10.1	12	110*...*	0.650	2	1.3	2
****...*	1.000	21	21.0	21	1*0*...*	0.600	5	3.0	4
					100*...*	0.566	3	1.70	2

- In generale

$$M(H, t + intermediate) = M(H, t)\frac{f(H, t)}{\bar{f}}$$

$M(H, t)$ è la dimensione del campione dell'iperpiano H alla generazione t

$t + intermediate$ è l'istante intermedio tra due generazioni

Dopo la selezione del *mating pool*, prima di *crossover* e mutazione

$f(H, t)$ è la fitness media del campione di H alla generazione t

$\bar{f}$ è la fitness media del campione

Crossover, mutazione e schemi

- *Crossover* e vulnerabilità degli schemi

  Un *crossover* che 'taglia a metà' uno schema lo sconvolge:
  schemi più lunghi sono dunque più vulnerabili

  La ***defining length*** $\Delta(H)$ di uno schema è la distanza massima tra i bit definiti

  $\Delta(H)$ di $**10****$ è 1

  $\Delta(H)$ di $**10*0**$ è 3

  $\Delta(H)$ di $1*10**0*$ è 6

  La probabilità che il *crossover* 'tagli' uno schema è quindi $p_c \frac{\Delta(H)}{L-1}$

  dove L è la lunghezza degli individui e p_c la probabilità
  di occorrenza del *crossover*

- Mutazione e schemi

  Detto $o(H)$ l'ordine dello schema H (il numero di bit predefiniti)

  La probabilità che lo schema sopravviva intatto è $(1-p_m)^{o(H)}$

  dove p_m è la probabilità che uno dei bit definiti venga mutato

Schema Theorem (Holland, 1975)

- Probabilità e generazioni

  Definita come $P(H,t)$ la frequenza relativa dei campioni di H nella generazione t (i.e. una probabilità)

  Il teorema stabilisce una relazione tra $P(H,t)$ e $P(H,t+1)$

Frequenza relativa di campioni di H alla generazione $t+1$

$$P(H,t+1) \geq P(H,t)\,\frac{f(H,t)}{\bar{f}}\left[1 - p_c\frac{\Delta(H)}{L-1}(1 - P(H,t)\,\frac{f(H,t)}{\bar{f}})\right](1-p_m)^{o(H)}$$

Probabilità di sopravvivenza a *crossover* e mutazione

Proporzione attesa per la selezione

Frequenza relativa di campioni di H alla generazione t

Caratteristiche del calcolo evolutivo

- Processo evolutivo
  - Convergente (nel senso di crescita degli schemi a *fitness* più alta)
    - (data una ragionevole scelta di p_c e p_m)
    - Non c'è garanzia di convergenza verso un ottimo globale
  - Come metodo di ottimizzazione
    - *Black box*:
      le operazioni sul genotipo prescindono dalle caratteristiche della funzione di fitness
    - Approssimato: manca la garanzia di convergenza ad un ottimo (locale o globale)
    - *Anytime*: in qualsiasi momento si può ottenere una soluzione approssimata
    - Robusto: poco influenzato dai massimi locali

- Operatori genetici ed individui
  - Gli schemi **corti** e **compatti** 'sopravvivono' meglio
    - Minore probabilità di 'taglio' da parte del crossover
    - Minore probabilità di sconvolgimento da parte della mutazione
  - Gli schemi devono avere una lunghezza sufficiente
    - Che permetta loro di esprimere un carattere significativo

Building-block hypothesis

- Dallo *Schema Theorem*

  I blocchi compatti e più corti hanno maggiore probabilità di sopravvivere intatti al campionamento (*crossover*)

  Aumentando quindi rapidamente la propria presenza nella popolazione

- *Building-block hypothesis*

  Il calcolo evolutivo è particolarmente efficiente su problemi la cui soluzione è decomponibile in blocchi (di qualsiasi natura)

  Ciò spiegherebbe la grande dipendenza dei risultati dal metodo di codifica del genotipo

  Riscontrabile nella pratica

  Intuitivamente vero nel caso del GP (programmazione a blocchi)

  L'ipotesi si scontra con numerosi esempi controfattuali

  Non vale quindi in generale

Ancora sullo *Schema Theorem*

Lo *Schema Theorem* descrive l'occorrenza di campioni in due generazioni successive

Non descrive la tendenza a lungo termine del processo

- Limiti di popolazione

  Si consideri una popolazione di 100 stringhe di 8 bit, generate casualmente
  In media si avranno:

  50 campioni di **1*****

  25 campioni di **10****

  12.5 campioni di **101***

  $\frac{100}{2^n}$ campioni di uno schema di ordine n

  Il campionamento può diventare insufficiente per schemi più grandi

- Limiti di crescita dei campioni

  Due schemi *11***** e **00**** potrebbero avere entrambi una *fitness* elevata

  Ma sono in conflitto (terzo bit): i due campioni non possono crescere indefinitamente

  La crescita simultanea dei campioni è possibile solo per schemi compatibili

No Free Lunch Theorem (Walpert & Macready, 1996)

- Le performance medie dei metodi *black-box* sono identiche
  - Si considerano tutte le possibili funzioni da ottimizzare

$$\sum_f P(d_m^y | f, m, a_1) = \sum_f P(d_m^y | f, m, a_2).$$

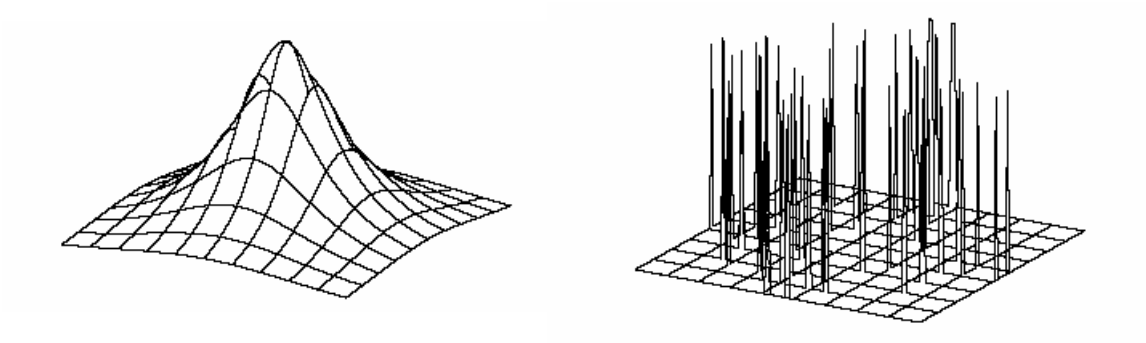
$P(d_m^y | f, m, a_1)$ è la probabilità che un algoritmo a_1 trovi un campione per cui la funzione f ha valore d_m^y in esattamente m passi
La sommatoria è estesa a tutte le possibili funzioni f

- Significato
  - Non esiste un metodo *black-box* che sia migliore in tutti i casi
  - La bontà del metodo è tipicamente legata alla classe di problemi

Spazio di ricerca del *Genetic Programming*

Piccole variazioni del genotipo (p.es. cambio di un'istruzione)
provocano grandi variazioni del valore di fitness

Si parla di *ruggedness* (asprezza) del *fitness landscape* in un problema GP



- Osservazioni

  In un simile spazio di ricerca, si possono applicare solo metodi *black box*

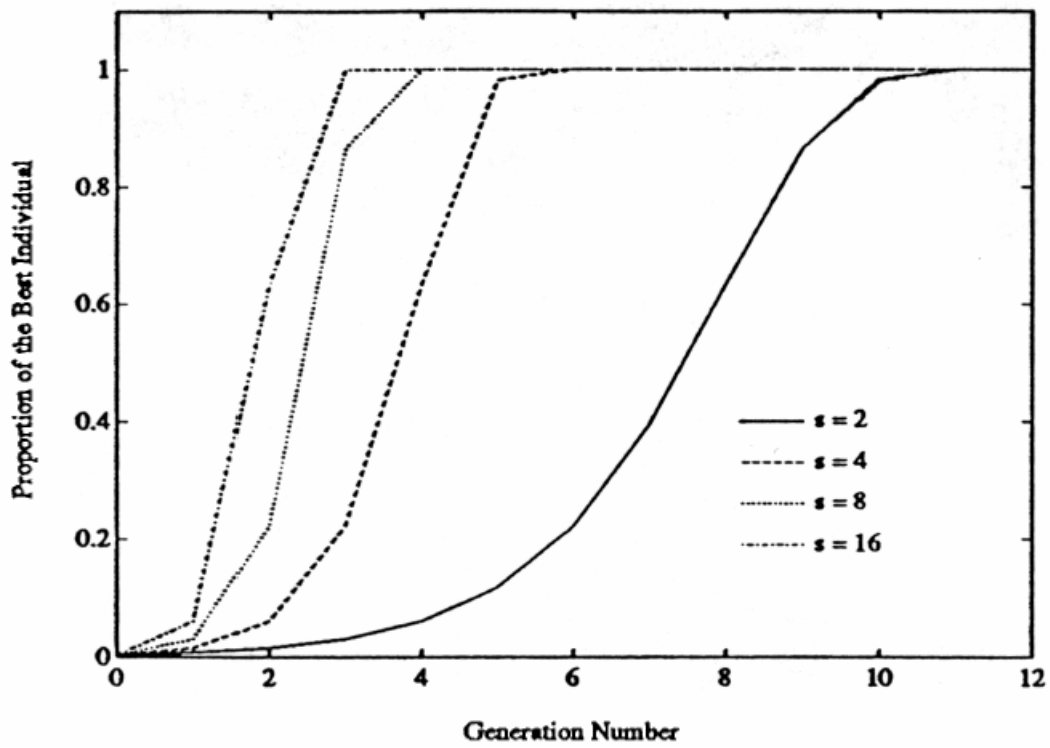
  Per il *No Free Lunch Theorem*, il calcolo evolutivo (ed il GP in particolare)
  è migliore della ricerca casuale solo in una determinata classe di problemi

    Nella pratica, spesso lo è

    Ma non esiste un soddisfacente inquadramento teorico di tale classe di problemi

Problemi tipici: *takeover*

- Perdita della diversità della popolazione
  - Un aumento eccessivo della pressione selettiva per accelerare il processo
    - p.es. aumento della dimensione della dimensione k nella selezione a *tournament*
  - Causa il prevalere di un singolo individuo
    - la popolazione perde diversità
    - il processo evolutivo si arresta

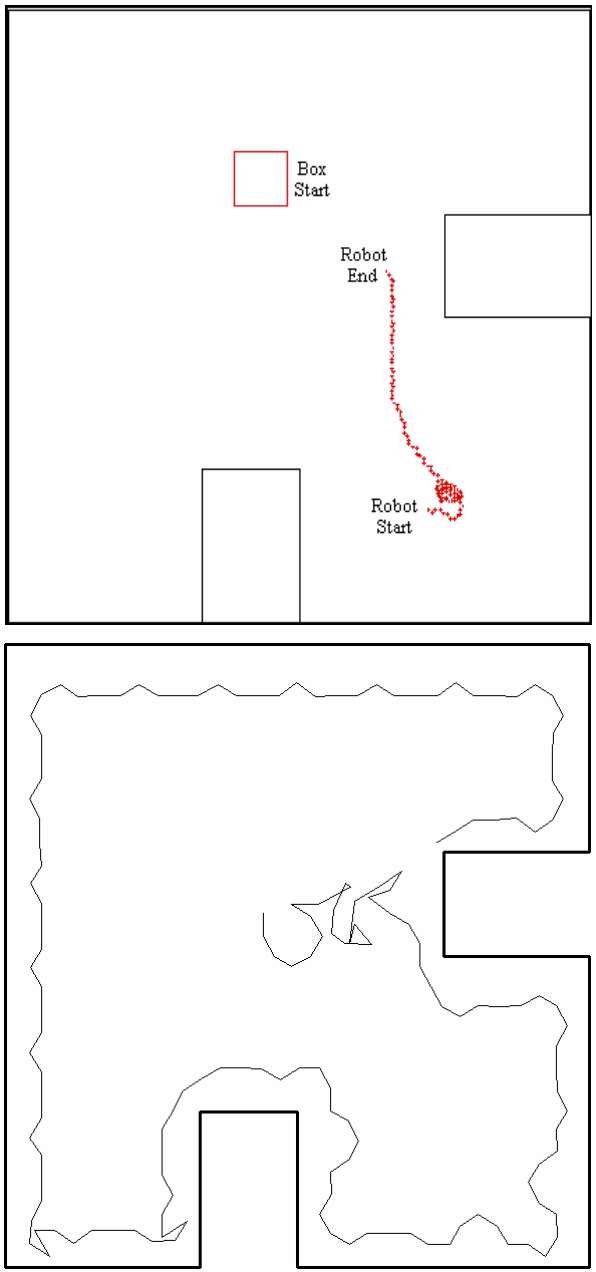


Problemi tipici: *bloating*

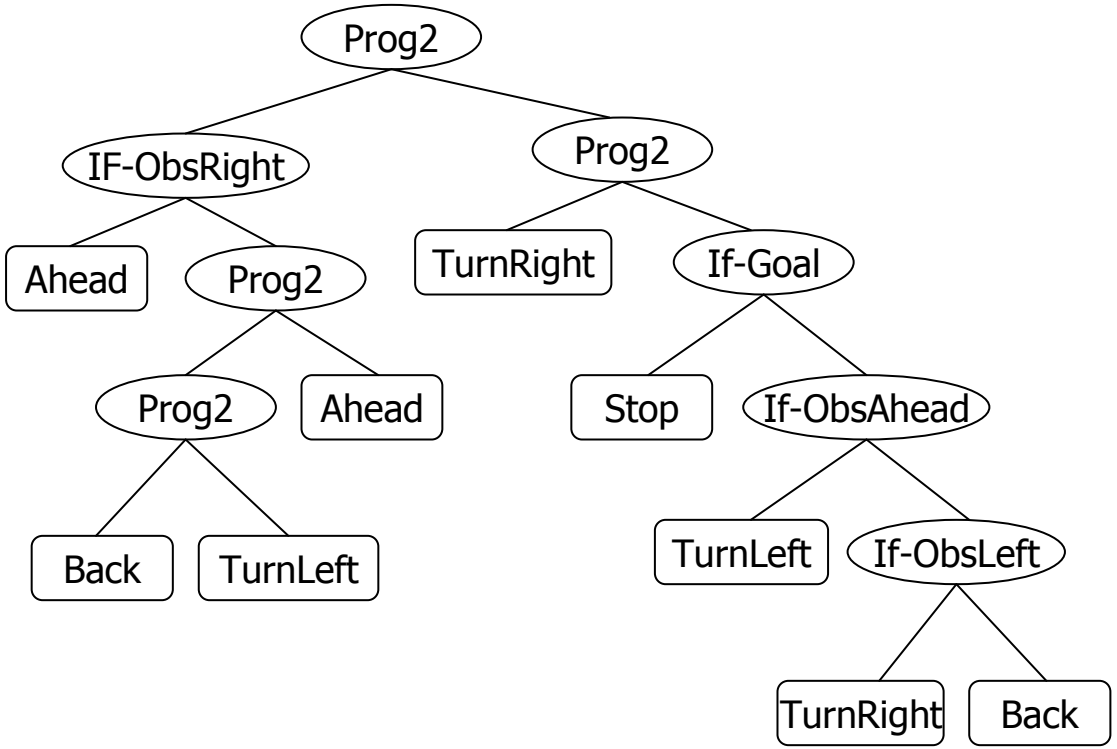
- Gigantismo degli individui (*bloating*)
  - Gli operatori genetici (p.es. *crossover*) non limitano le dimensioni dell'*offspring*
  - Individui più grandi (con parti ridondanti) preservano meglio la fitness
    - E` più alta la probabilità che gli operatori genetici alterino le parti ridondanti
  - Risultato: esplosione delle dimensioni degli individui
    - Fenomeno molto più marcato nel caso di processi non convergenti (può essere un indizio …)
  - Rimedi:
    - In un processo convergente, spesso il problema si risolve da solo
    - Uso della *parsimony pressure*: la fitness penalizza gradualmente gli individui più grandi

Esempio: robot

- Un robot che si muove in un ambiente
  - L'obiettivo è evitare gli ostacoli
  - La logica di controllo utilizza un ciclo *sense-eval-act*:
    - Lettura dei sensori (*sense*)
    - Valuta le informazioni (*eval*)
    - Comandi agli attuatori (act)
  - L'obiettivo dell'evoluzione è una logica di controllo
    - Esplorazione efficace e completa
    - Senza urtare gli ostacoli
  - La *fitness* valuta il comportamento
    - + Area esplorata, – Collisioni
    - La valutazione della fitness prende tempo …



Robot: tipico individuo



Robot: osservazioni

- I nodi dell'albero sono *typeless*
  - Questo facilita la generazione incrementale
- Non c'è passaggio di valori
  - La struttura dei nodi descrive solo il flusso dell'esecuzione
  - I sotto-alberi non passano un valore alla loro radice
- Non si usa memoria
  - Ogni ciclo *sense-eval-act* è un episodio indipendente
- Problemi per l'estensione
  - Il passaggio dei valori tende a introdurre la gestione dei *tipi*
    - Si consideri il caso: IF <sense> THEN <eval> ELSE <act>
  - La gestione della memoria può non essere semplice
    - Si può incorporare nei nodi …