

Intelligenza Artificiale II

Oltre la logica classica

Marco Piastra

Oltre la logica classica?

- Per logica **classica** si intende:

La logica predicativa del primo ordine L_{PO}

La logica proposizionale L_p (che è contenuta, in senso proprio, in L_{PO})

- Una logica **non classica** adotta regole diverse

- Perché?

Per rappresentare altre forme di ragionamento

Non solo deduttivo ma anche *abduttivo* ed *induttivo* (*vedi oltre*)

Forme speciali, legate ad obiettivi specifici,
come logiche modali o temporali

Per esigenze applicative

Frammenti (sottoinsiemi) di L_{PO} , più efficacemente automatizzabili (p.es. Jess)

Regole diverse

a) Logica classica in sistemi logici diversi

Esempi:

assert e *retract* in Jess e in Prolog

Closed-World Assumption (CWA)

Negation As Failure (NAF) in Prolog

b) Altre estensioni (non monotone) della logica classica

Esempi:

Ragionamento plausibile

c) Ragionamento non deduttivo

Esempi:

Ragionamento *abduttivo*

Ragionamento *induttivo*

Regole diverse

d) Rappresentazione di nozioni speciali

Esempi:

Logiche modali

Logiche temporali

e) Estensione dei principi base della logica classica

Esempi:

Logiche multi-valenti

Fuzzy Logics

Logiche probabilistiche

- Numerose correlazioni

I diversi sistemi logici, malgrado le apparenze, sono fortemente correlati

- Un fattore comune

Tutti i sistemi logici che vedremo possono essere *rappresentati* in L_{PO}

Logiche e sistemi logici

In ambito teorico (p.es. in logica matematica) una **logica** è definita da:

- a) Linguaggio formale
- b) Semantica del linguaggio formale
- c) Relazioni \models (*conseguenza*) e \vdash (*derivazione*)

■ In intelligenza artificiale

E' utile vedere un **sistema logico** come un *agente ragionatore*

- Basato su una **logica** di riferimento (p.es. L_{PO})
- Adotta una determinata strategia di calcolo (p.es. *SLD depth-first*)
- Può avere risorse limitate (di tempo o memoria)

Si ha quindi il concetto di **derivabilità in un sistema logico**

Notazione: $\Gamma \vdash_{\langle SysLog \rangle} \varphi$ dove $\langle SysLog \rangle$ indica un **sistema logico** particolare

Esempi:

↓ Strategia SLD *fair* (definita solo per le clausole di Horn)

$$\Gamma \vdash_{L_{PO}} \varphi \neq \Gamma \vdash_{SLD\ fair} \varphi \neq \Gamma \vdash_{SLD} \varphi$$

↑ Derivabilità generale in L_{PO}

↑ Strategia SLD qualsiasi (e.g. *depth-first*)

In linea di principio, la strategia di calcolo di $\langle SysLog \rangle$ può essere qualsiasi cosa
p.es. $\Gamma \vdash_{NN} \varphi$ una rete neurale che stabilisce se φ è (*NN*) derivabile da Γ

Ragionamento plausibile

- In generale

Un ragionamento dove la **relazione** tra premesse e conseguenza è razionalmente plausibile ma non necessariamente corretta (in senso logico-classico)

Notazione:

$\Gamma \vdash_{\langle SysLog \rangle} \varphi$ indica che φ è una derivazione **plausibile** (con premesse Γ) in un sistema $\langle SysLog \rangle$

Principi generali della relazione $\vdash_{\langle SysLog \rangle}$:

$\Gamma \vdash_{\langle SysLog \rangle} \varphi \Rightarrow \Gamma \not\vdash_{\langle SysLog \rangle} \neg\varphi$ (plausibile)

$\Gamma \vdash_{\langle SysLog \rangle} \varphi \Rightarrow \Gamma \vdash_{\langle SysLog \rangle} \varphi$ (razionale)

$\Gamma \vdash_{\langle SysLog \rangle} \varphi \not\Rightarrow \Gamma \vdash_{\langle SysLog \rangle} \varphi \Rightarrow \Gamma \models \varphi$ (non necessariamente corretta)

Molto frequente in pratica:

L'orario ferroviario non riporta un treno per Milano alle 06:55,
quindi si assume che tale treno non esista

In generale, un database contiene solo informazione positiva (p.es. i treni esistenti)
L'informazione negativa è ricavata 'per difetto'

... anche *Defeasible Reasoning*

- Inferenza non monotona

In generale, non vale la proprietà di monotonia

$$\Gamma \vdash_{\langle \text{SysLog} \rangle} \varphi \not\Rightarrow \Gamma \cup \Delta \vdash_{\langle \text{SysLog} \rangle} \varphi$$

L'arrivo di nuova informazione può infatti falsificare una precedente inferenza

p.es. l'annuncio di un treno straordinario ...

- Inferenza sistemica

Nel caso del *modus ponens*, si ha uno schema di inferenza particolare di valore generale

$$\varphi \rightarrow \psi, \varphi \vdash \psi$$

E' sempre applicabile, non dipende dal contesto

Al contrario, in generale, le inferenze plausibili dipendono da un'intera teoria Γ

Tipicamente, la teoria rappresenta un sistema completo di conoscenze (p.es. un database)

Qualsiasi modifica di Γ , in generale, può cambiare la relazione $\Gamma \vdash_{\langle \text{SysLog} \rangle} \varphi$

Closed-World Assumption (CWA)

$$\{\Gamma \not\models \alpha\} \vdash_{CWA} \neg\alpha \quad (\alpha \text{ atomo base - } \textit{ground atom})$$

Esempio:

$$\Pi \equiv \{\{Filosofo(socrate)\}, \{Filosofo(platone)\}, \{Mortale(felix)\}\}$$

I fatti del programma Π possono essere riscritti in L_{PO} come:

$$\forall x ((x = socrate) \rightarrow Filosofo(x))$$

$$\forall x ((x = platone) \rightarrow Filosofo(x))$$

$$\forall x ((x = felix) \rightarrow Mortale(x))$$

La CWA equivale al *completamento* di Π :

$$\forall x ((x = felix) \leftrightarrow Mortale(x))$$

$$\forall x ((x = socrate \vee x = platone) \leftrightarrow Filosofo(x))$$

Notare la doppia implicazione

Inferenza plausibile

In questo caso:

$$\Pi \vdash_{CWA} \neg Mortale(socrate)$$

$$\Pi \vdash_{CWA} \neg Mortale(platone)$$

$$\Pi \vdash_{CWA} \neg Filosofo(felix)$$

CWA e regole

Esempio:

$$\Pi \equiv \{ \{Umano(x), \neg Filosofo(x)\}, \{Mortale(y), \neg Umano(y)\}, \\ \{Filosofo(socrate)\}, \{Filosofo(platone)\}, \{Mortale(felix)\} \}$$

La riscrittura dei fatti del programma Π è identica al caso precedente:

$$\forall x ((x = socrate) \rightarrow Filosofo(x)) \\ \forall x ((x = platone) \rightarrow Filosofo(x)) \\ \forall x ((x = felix) \rightarrow Mortale(x))$$

Il *completamento* di Π deve tener conto delle regole:

$$\forall x ((x = felix \vee x = socrate \vee x = platone) \leftrightarrow Mortale(x)) \\ \forall x ((x = socrate \vee x = platone) \leftrightarrow Filosofo(x)) \\ \forall x ((x = socrate \vee x = platone) \leftrightarrow Umano(x))$$

Inferenza plausibile

In questo caso:

$$\Pi \vdash_{CWA} \neg Umano(felix) \\ \Pi \vdash_{CWA} \neg Filosofo(felix)$$

Relazione tra CWA, NAF e SLDNF

- **Closed-World Assumption (CWA)**

$$\{\Gamma \not\models \alpha\} \vdash_{CWA} \neg\alpha \quad (\alpha \text{ atomo base - } \textit{ground atom})$$

Notare che $\Gamma \not\models \alpha$ non è decidibile in L_{PO} , quindi nemmeno la relazione \vdash_{CWA}

- **Negation as Failure (NAF)**

$$\{\alpha \in FF(\Gamma)\} \vdash_{SLDNF \textit{ fair}} \neg\alpha$$

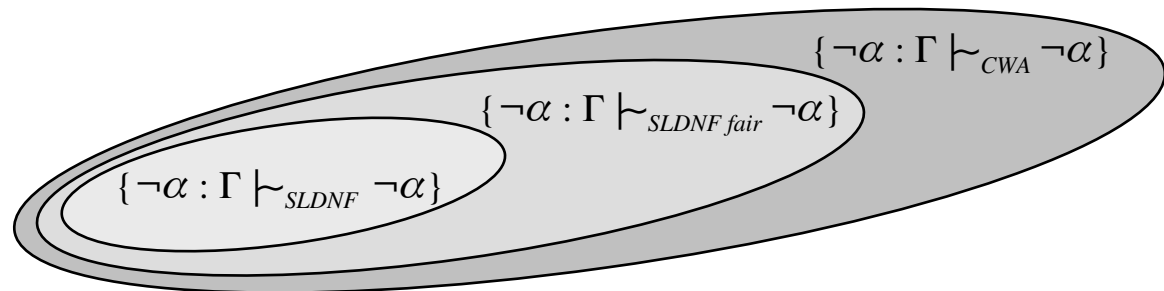
Se per α esiste un albero SLD finito di $\Gamma \cup \{\neg\alpha\}$ che fallisce, si assume $\neg\alpha$
(solo una procedura SLD *fair*, cioè completa, lo trova certamente)

- **SLDNF**

$$\{\alpha \in FF_{SLD}(\Gamma)\} \vdash_{SLDNF} \neg\alpha$$

Se la prova di $\Gamma \cup \{\neg\alpha\}$ fallisce con una strategia SLD si assume $\neg\alpha$
(si intende una strategia SLD qualsiasi, non necessariamente *fair*)

Relazioni di inclusione
tra insiemi di clausole derivabili



Forme specifiche

Le forme di inferenza plausibile CWA, NAF e SLDNF sono di carattere generale
Altri sistemi logici adottano forme più specifiche, applicabili solo a casi particolari

- **Circumscription** (McCarthy, 1980)

(\approx la CWA applicata a specifici predicati e non in generale)

Esempio:

$$\Pi \equiv \{ \{ \textit{Filosofo}(\textit{socrate}) \}, \{ \textit{Filosofo}(\textit{platone}) \}, \{ \textit{Mortale}(\textit{felix}) \} \}$$

Applicando la *circumscription* al predicato *Filosofo/1* si ha il completamento:

$$\forall x ((x = \textit{socrate} \vee x = \textit{platone}) \leftrightarrow \textit{Filosofo}(x))$$

Da cui:

$$\Pi \vdash \neg \textit{Filosofo}(\textit{felix})$$

Tipicamente, si applica a predicati aggiuntivi, *Abnormal/1*

Esempio:

$$\Pi \equiv \{ \{ \textit{Umano}(x), \textit{Abnormal}(x), \neg \textit{Filosofo}(x) \}, \{ \textit{Filosofo}(\textit{socrate}) \}, \{ \textit{Filosofo}(\textit{platone}) \}, \{ \textit{Abnormal}(\textit{felix}) \}, \{ \textit{Filosofo}(\textit{felix}) \} \}$$

Da cui:

$$\Pi \vdash \textit{Umano}(\textit{socrate})$$

$$\Pi \vdash \textit{Umano}(\textit{platone})$$

$$\text{ma } \Pi \not\vdash \textit{Umano}(\textit{felix})$$

(In generale, la relazione tra *circumscription* e NAF è molto più complessa)

Regole specifiche

- **Default Logic** (Reiter, 1980)

Si usano regole specifiche dove le premesse (vere o solo plausibili) sono esplicitamente indicate

$$\frac{\langle \text{verità} \rangle : \langle \text{plausibilità} \rangle}{\langle \text{default} \rangle} \quad \begin{array}{l} \text{schema} \\ \text{informale} \end{array} \qquad \frac{\alpha : \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n}{\gamma} \quad \begin{array}{l} \text{schema} \\ \text{formale} \end{array}$$

Dato Γ , se $\Gamma \models \alpha$ e $\Gamma \not\models \neg\beta_1, \Gamma \not\models \neg\beta_2, \dots, \Gamma \not\models \neg\beta_n$ allora $\Gamma \vdash_D \gamma$ (si assume γ per *default*)

Vale a dire se α è vera (in Γ) e $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ sono *consistenti* (in Γ)

Esempi:

La *circumscription* di *Abnormal/1* si esprime come $\frac{\text{true} : \neg\text{Abnormal}(x)}{\neg\text{Abnormal}(x)}$

Dall'esempio precedente:

da cui $\{\text{Filosofo}(\text{felix})\} \vdash_D \text{Umano}(\text{felix})$

In alternativa:

da cui $\{\text{Filosofo}(\text{felix}), \text{Gatto}(\text{felix})\} \not\vdash_D \text{Umano}(\text{felix})$

$$\frac{\text{Filosofo}(x) : \text{Umano}(x)}{\text{Umano}(x)}$$

$$\text{Umano}(x)$$

$$\frac{\text{Filosofo}(x) \wedge \neg\text{Gatto}(x) : \text{Umano}(x)}{\text{Umano}(x)}$$

$$\text{Umano}(x)$$

Forme di inferenza (C. S. Peirce)

Schema di inferenza

▪ Inferenza *deduttiva*

- a) i fagioli di questo sacco sono bianchi
- b) questi fagioli provengono da questo sacco
- QUINDI*
- c) questi fagioli sono bianchi

$$\begin{array}{l} \textit{modus} \\ \textit{ponens} \end{array} \frac{\varphi \rightarrow \psi \quad \varphi}{\psi}$$

corretto

▪ Inferenza *abduttiva*

- a) i fagioli di questo sacco sono bianchi
- b) questi fagioli sono bianchi
- QUINDI*
- c) questi fagioli provengono da questo sacco

$$\frac{\varphi \rightarrow \psi \quad \psi}{\varphi}$$

plausibile

▪ Inferenza *induttiva*

- a) questi fagioli provengono da questo sacco
- b) questi fagioli sono bianchi
- QUINDI*
- c) i fagioli di questo sacco sono bianchi

$$\frac{\varphi \quad \psi}{\varphi \rightarrow \psi}$$

plausibile

Abduzioni come ipotesi esplicative

- La logica di base è la logica classica

E' invece diverso il **tipo** di ragionamento
e quindi il **tipo** di calcolo utilizzato

- In generale, in un ragionamento abduttivo:

Un *modello* (o descrizione astratta)
rappresentato da una teoria K

Un insieme di *osservazioni* specifiche
rappresentate da un insieme di fbf Σ

In generale, $K \not\models \Sigma$

(dalla teoria generale K non conseguono le osservazioni plausibili)

Si cerca è un'ipotesi Δ tale per cui

$$K \cup \Delta \models \Sigma$$

intuitivamente, Δ descrive le *ipotesi* che spiegano Σ

Esempio

- **Modello (K)**

$K_1: \text{batteriaScarica} \rightarrow (\neg\text{funzionanoLuci} \wedge \neg\text{funzionaAutoradio} \wedge \neg\text{motorinoGira})$

$K_2: \text{motorinoGuasto} \rightarrow \neg\text{motorinoGira}$

$K_3: \neg\text{motorinoGira} \rightarrow \neg\text{macchinaParte}$

$K_4: \text{serbatoioVuoto} \rightarrow (\text{indicatoreAZero} \wedge \neg\text{macchinaParte})$

- **Osservazioni (Σ)**

$\Sigma_1: \neg\text{macchinaParte}$

- **Possibili ipotesi (Δ)**

$\Delta_1: \text{batteriaScarica} \quad (\{K_1, K_3\} \cup \{\Gamma_1\} \models \Sigma_1)$

$\Delta_2: \text{motorinoGuasto} \quad (\{K_2, K_3\} \cup \{\Gamma_2\} \models \Sigma_1)$

$\Delta_3: \text{serbatoioVuoto} \quad (\{K_4\} \cup \{\Gamma_3\} \models \Sigma_1)$

Ipotesi e vincoli

▪ Ipotesi *plausibili*

Le ipotesi Δ devono essere consistenti con la teoria e le osservazioni

$K \cup \Delta \cup \Sigma$ deve essere soddisfacibile

Le ipotesi Δ devono spiegare tutte le osservazioni Σ

Alcune ipotesi, tuttavia, implicano anche altre osservazioni:

$batteriaScarica \rightarrow (\neg funzionanoLuci \wedge \neg funzionaAutoradio \wedge \neg motorinoGira)$

Le ipotesi Δ devono essere *minimali*

Non deve esistere un $\Delta^* \subset \Delta$ tale per cui $K \cup \Delta^* \vdash \Sigma$

Le ipotesi devono limitarsi ai soli elementi indispensabili per spiegare Σ

▪ Rilevanza

Notare che:

$K \cup \{\neg macchinaParte\} \models \neg macchinaParte$

L'ipotesi è plausibile ma anche inutile: non ha valore esplicativo

Le ipotesi devono risalire ad elementi che abbiano un valore causale

La cui definizione spesso dipende dal tipo di ragionamento ...

Scelta tra ipotesi

- Ipotesi multiple possono coesistere

Le due ipotesi $\{serbatoioVuoto\}$ e $\{batteriaScarica\}$ sono consistenti (possono coesistere)

$K \cup \{serbatoioVuoto, batteriaScarica\} \models \neg macchinaParte$

- Altre ipotesi possono essere alternative

Le due ipotesi $\{serbatoioVuoto, funzionaAutoradio\}$ e $\{batteriaScarica\}$ sono plausibili ma mutuamente esclusive

$K \cup \{serbatoioVuoto, funzionaAutoradio, batteriaScarica\}$ è inconsistente

- Strategie di scelta

Spesso è utile ridurre il numero delle ipotesi (p.es. quando si cerca un rimedio)

Acquisizione di nuove osservazioni

Partendo dalle ipotesi $\{serbatoioVuoto\}$, $\{batteriaScarica\}$ e $\{motorino Guasto\}$ l'acquisizione dei valori di $funzionaAutoradio$, $motorinoGira$ e $indicatoreAZero$ permette di scegliere (purchè tali fatti siano osservabili)

Criteri particolari

Scelta basata sul *costo* delle osservazioni

Scelta basata sul *rischio* associato alle ipotesi

Abduzione e modelli

Il modello K rappresenta l'informazione che l'agente usa per spiegare le osservazioni

La scelta del tipo modello K è fondamentale per le applicazioni pratiche

- Schema-based reasoning (SBR)

Il mondo è regolare: il comportamento atteso (p.es. dei sistemi) è descrivibile

Le anomalie sono le differenze rispetto al comportamento atteso

Il modello contiene la descrizione del comportamento atteso

Il processo di ragionamento consiste nella spiegazione delle anomalie

- Case-based reasoning (CBR)

Il mondo è regolare: problemi simili hanno spiegazioni simili

Problemi simili tendono a ripresentarsi nel tempo

Il modello contiene la descrizione di problemi e spiegazioni note

Il processo di ragionamento consiste nell'adattamento per similitudine