Logica Formale

Introduzione

Marco Piastra

Sistemicità del linguaggio naturale

- Capacità di *astrazione* della descrizione simbolica:
  molti fenomeni linguistici sono *sistematici*
  (la loro complessità trascende le possibilità di un semplice *pattern-matching*)

Una persona che comprende l'italiano non può comprendere:

"Silvia ama Enrico"

senza al tempo stesso comprendere:

"Enrico ama Silvia"

così come qualsiasi frase del tipo:

"X ama Y"

dove X ed Y possono essere nomi o descrizioni definite qualsiasi:

"L'amica di Renato ama il gatto di Paolo"

(adattato da Fodor e Phylyshyn, 1988)

Ragionar per schemi: *sillogismo*

Molti ragionamenti accettabili sono *schematici*

Tutte le cose mortali sono destinate a morire
Tutti gli uomini sono cosa mortale
Tutti gli uomini sono destinati a morire

Ragionar per schemi: *sillogismo*

Molti ragionamenti accettabili sono *schematici*

Tutte (*le cose mortali*) sono (*destinate a morire*)
Tutti (*gli uomini*) sono (*cosa mortale*)
Tutti (*gli uomini*) sono (*destinati a morire*)

Schema astratto:

Tutti *i* ***C*** sono ***M***
Tutti *gli* ***U*** sono ***C***
Tutti *gli* ***U*** sono ***M***

Si possono creare infiniti esempi:

Tutte (*le creature incantate*) sono (*in un mondo fantastico*)
Tutti (*gli unicorni*) sono (*creature incantate*)
Tutti (*gli unicorni*) sono (*in un mondo fantastico*)

Tutte (*le creature incantate*) sono (*creature reali*)
Tutti (*gli unicorni*) sono (*creature incantate*)
Tutti (*gli unicorni*) sono (*creature reali*)

Ragionar per schemi: *sillogismo*

Molti ragionamenti accettabili sono *schematici*

Tutte (*le cose mortali*) sono (*destinate a morire*)
Tutti (*gli uomini*) sono (*cosa mortale*)
Tutti (*gli uomini*) sono (*destinati a morire*)

Schema astratto:

Tutti *i* ***C*** sono ***M***
Tutti *gli* ***U*** sono ***C***
Tutti *gli* ***U*** sono ***M***

Si possono creare infiniti esempi:

Tutte (*le creature incantate*) sono (*create dall'immaginazione*)
Tutti (*gli unicorni*) sono (*creature incantate*)
Tutti (*gli unicorni*) sono (*creati dall'immaginazione*)

Tutte (*le creature incantate*) sono (*creature reali*)
Tutti (*gli unicorni*) sono (*creature incantate*)

Tutti (*gli unicorni*) sono (*creature reali*)

Il ragionamento, in sé, è accettabile
Le premesse invece ....

Fallacia degli schemi (*paralogismi*)

Difetto nello schema (distinzione tra premesse e conseguenza):

Tutte (*le cose mortali*) sono (*destinate a morire*)
Tutti (*gli uomini*) sono (*destinati a morire*)
Tutti (*gli uomini*) sono (*cosa mortale*)

Le ultime due frasi sono state scambiate

Ambiguità del linguaggio:

(*Niente*) è meglio della (*felicità eterna*)
(*Un panino al prosciutto*) è meglio di (*niente*)
(*Un panino al prosciutto*) è meglio della (*felicità eterna*)

Oscure sottigliezze di significato:

Tutti (*gli unicorni*) sono (*creature incantate*)
Tutti (*gli unicorni*) sono (*a quattro zampe*)
Esiste un (*unicorno*) che è (*una creatura incantata a quattro zampe*)

Che intendiamo per “tutti”? Si può assumere che ciò implichi “almeno uno”?

Se fosse così, il ragionamento avrebbe come premessa l’esistenza degli unicorni (e sarebbe quindi accettabile)

Scopo della logica moderna

Distinguere i ragionamenti corretti da quelli che non lo sono

Scopo della logica moderna

Distinguere i ragionamenti corretti
da quelli che non lo sono

<u>in base alla struttura formale</u>

Esempio preliminare

- Soluzione di equazioni algebriche

  $x^2 + ax + b = 0$

  $x^2 + 2(a/2)x + a^2/4 - a^2/4 + b = 0$

  $(x + a/2)^2 - a^2/4 + b = 0$

  $(x + a/2)^2 = a^2/4 - b$

  $x = - a/2 \pm (a^2/4 - b)^{1/2}$

  Una serie di passaggi: si applicano regole (formali) di trasformazione

Esempio preliminare

- Soluzione di equazioni algebriche

  $x^2 + ax + b = 0$

  $x^2 + 2(a/2)x + a^2/4 - a^2/4 + b = 0$

  $(x + a/2)^2 - a^2/4 + b = 0$

  $(x + a/2)^2 = a^2/4 - b$

  $x = - a/2 \pm (a^2/4 - b)^{1/2}$

  Una serie di passaggi: si applicano regole (formali) di trasformazione

- Partenza ed arrivo

  Si parte da una premessa

Esempio preliminare

- Soluzione di equazioni algebriche

  $x^2 + ax + b = 0$

  $x^2 + 2(a/2)x + a^2/4 - a^2/4 + b = 0$

  $(x + a/2)^2 - a^2/4 + b = 0$

  $(x + a/2)^2 = a^2/4 - b$

  $x = - a/2 \pm (a^2/4 - b)^{1/2}$

  Una serie di passaggi: si applicano regole (formali) di trasformazione

  Partenza ed arrivo

  Si parte da una premessa

  Si arriva ad una conclusione

  (Entrambe decise da noi)

Esempio preliminare

- Soluzione di equazioni algebriche

  $x^2 + ax + b = 0$

  $x^2 + 2(a/2)x + a^2/4 - a^2/4 + b = 0$

  $(x + a/2)^2 - a^2/4 + b = 0$

  $(x + a/2)^2 = a^2/4 - b$

  $x = - a/2 \pm (a^2/4 - b)^{1/2}$

  Una serie di passaggi: si applicano regole (formali) di trasformazione

  Partenza ed arrivo

  Si parte da una premessa

  Si arriva ad una conclusione

  (Entrambe decise da noi)

  Sequenza di 'passaggi'

  Ciascuna espressione esprime l'identità tra numeri, in forma *algebrica*

  Ogni passaggio da un'espressione ad un'altra deve essere <u>*corretto*</u>

Esempio preliminare

- Soluzione di equazioni algebriche

  $x^2 + ax + b = 0$

  $x^2 + 2(a/2)x + a^2/4 - a^2/4 + b = 0$

  $(x + a/2)^2 - a^2/4 + b = 0$

  $(x + a/2)^2 = a^2/4 - b$

  $x = - a/2 \pm (a^2/4 - b)^{1/2}$

  Una serie di passaggi: si applicano regole (formali) di trasformazione

  Partenza ed arrivo

  Si parte da una premessa

  Si arriva ad una conclusione

  (Entrambe decise da noi)

  Sequenza di 'passaggi'

  Ciascuna espressione esprime l'identità tra due numeri

  Ogni passaggio da un'espressione ad un'altra deve essere *corretto*

  Astrazione e *correttezza*

  I simboli x, a e b indicano un qualsiasi numero reale, le identità sono valide comunque

  La *correttezza*?