Intelligenza Artificiale I

Logica formale

Sistemi a regole

Marco Piastra

Sistemi a regole (Jess)

- Un sistema a regole contiene regole e fatti
  - Nelle regole, tutte le variabili sono universalmente quantificate
  - I fatti non contengono variabili
- Ciascuna regola è un'implicazione

  <LHS - *Left Hand Side*> $\Rightarrow$ <RHS - *Right Hand Side*>

  LHS e RHS
  - Sono congiunzioni di fbf atomiche in forma positiva
  - Morale: le regole Jess sono traducibili in regole di Horn (quasi vero ...)

```
(defrule "Sorella"
   (Madre ?m ?x)
   (Madre ?m ?y)
   (Padre ?p ?x)
   (Padre ?p ?y)
   (Femmina ?x)
   ⇒
   (Sorella ?x ?y))
```

```
(defrule "Fratello"
   (Madre ?m ?x)
   (Madre ?m ?y)
   (Padre ?p ?x)
   (Padre ?p ?y)
   (Maschio ?x)
   ⇒
   (Fratello ?x ?y))
```

Sistemi a regole (Jess)

- Un sistema a regole contiene regole e fatti
  - Nelle regole, tutte le variabili sono universalmente quantificate
  - I fatti non contengono variabili
- Ciascuna regola è un'implicazione

  <LHS - *Left Hand Side*> $\Rightarrow$ <RHS - *Right Hand Side*>

  LHS e RHS
  - Sono congiunzioni di fbf atomiche in forma positiva
  - Morale: le regole Jess sono traducibili in regole di Horn (quasi vero ...)

Regola "Sorella"

$$\forall m\, \forall p\, \forall x\, \forall y$$
$$((Madre(m, x)$$
$$\wedge\ Madre(m, y)$$
$$\wedge\ Padre(p, x)$$
$$\wedge\ Padre(p, y)$$
$$\wedge\ Femmina(x)\ )$$
$$\rightarrow$$
$$Sorella(x, y))$$

Regola "Fratello"

$$\forall m\, \forall p\, \forall x\, \forall y$$
$$((Madre(m, x)$$
$$\wedge\ Madre(m, y)$$
$$\wedge\ Padre(p, x)$$
$$\wedge\ Padre(p, y)$$
$$\wedge\ Maschio(x)\ )$$
$$\rightarrow$$
$$Fratello(x, y))$$

Sistemi a regole (Jess)

- Un sistema a regole contiene regole e fatti
  - Nelle regole, tutte le variabili sono universalmente quantificate
  - I fatti non contengono variabili
- Ciascuna regola è un'implicazione

  <LHS - *Left Hand Side*> $\Rightarrow$ <RHS - *Right Hand Side*>

  LHS e RHS
  - Sono congiunzioni di fbf atomiche in forma positiva
  - Morale: le regole Jess sono traducibili in regole di Horn (quasi vero ...)

Regola "Sorella"

$$\{ \neg Madre(m, x) \quad \neg Madre(m, y) \quad \neg Padre(p, x) \quad \neg Padre(p, y) \quad \neg Femmina(x), \quad Sorella(x, y) \}$$

Regola "Fratello"

$$\{ \neg Madre(m, x) \quad \neg Madre(m, y) \quad \neg Padre(p, x) \quad \neg Padre(p, y) \quad \neg Maschio(x) \quad Fratello(x, y) \}$$

Sistemi a regole (Jess)

- Un sistema a regole contiene regole e fatti
  - Nelle regole, tutte le variabili sono universalmente quantificate
  - I fatti non contengono variabili
- Ciascun fatto è una fbf atomica
  - Una fbf base (*ground*): non contiene variabili

Fatto 1
(*Femmina paola*)

Fatto 2
(*Femmina amelia*)

Fatto 3
(*Madre paola amelia*)

Fatto 4
(*Maschio mario*)

Fatto 5
(*Padre mario amelia*)

Sistemi a regole (Jess)

- Un sistema a regole contiene regole e fatti
  - Nelle regole, tutte le variabili sono universalmente quantificate
  - I fatti non contengono variabili
- Ciascun fatto è una fbf atomica
  - Una fbf base (*ground*): non contiene variabili

Fatto 1
Femmina(*paola*)

Fatto 2
Femmina(*amelia*)

Fatto 3
Madre(*paola, amelia*)

Fatto 4
Maschio(*mario*)

Fatto 5
Padre(*mario, amelia*)

Forward Chaining

Aspetti dell'implementazione effettiva

- Ipotesi

  Derivata dal teorema di Herbrand

  Si calcola il sistema di Herbrand di tutte le regole

  Applicazione esaustiva della regola $INST$

  Si applicano tutte le regole istanziate a tutti i fatti

  Applicazione esaustiva della regola GMP

  Dalla teoria sappiamo che il metodo è corretto e completo

  (Per la classe di fbf cui si applica)

Forward Chaining

Aspetti dell'implementazione effettiva

- Ipotesi

  Derivata dal teorema di Herbrand

  Si calcola il sistema di Herbrand di tutte le regole

  Applicazione esaustiva della regola $INST$

  Si applicano tutte le regole istanziate a tutti i fatti

  Applicazione esaustiva della regola GMP

  Dalla teoria sappiamo che il metodo è corretto e completo

  (Per la classe di fbf cui si applica)

  Ha delle prestazioni terribili:

  La regola "Sorella" ha 4 variabili distinte:

  Occorre generare n^4 instanziazioni
  (dove n è il numero di costanti del linguaggio)

  Per una sola regola

  Va fatto per tutte le regole di un programma

Regola "Sorella"

$\{ \neg Madre(m, x)$
$\neg Madre(m, y)$
$\neg Padre(p, x)$
$\neg Padre(p, y)$
$\neg Femmina(x),$
$Sorella(x, y) \}$

Forward Chaining

Aspetti dell'implementazione effettiva

- Ipotesi
  - Derivata dal teorema di Herbrand
  - Si calcola il sistema di Herbrand di tutte le regole
    - Applicazione esaustiva della regola $INST$
  - Si applicano tutte le regole istanziate a tutti i fatti
    - Applicazione esaustiva della regola GMP
  - Dalla teoria sappiamo che il metodo è corretto e completo
    - (Per la classe di fbf cui si applica)
  - Ha delle prestazioni terribili:
    - La regola "Sorella" ha 4 variabili distinte:
    - Occorre generare n^4 instanziazioni
    - Anche limitando n alle sole costanti citati nei fatti, si ha un numero elevato
      - *Poche di queste sono effettivamente usate*

Regola "Sorella"

$\{ \neg Madre(m, x)$
$\neg Madre(m, y)$
$\neg Padre(p, x)$
$\neg Padre(p, y)$
$\neg Femmina(x),$
$Sorella(x, y) \}$

Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1979)

Forse il più noto per i sistemi a regole

- Idea di base
  - Pre-compilare le regole
    - Generando una struttura a grafo che facilita l'identificazione dei *match*
      (instanziazioni di regole in base ai fatti)
  - Pro
    - Si velocizza enormemente l'esecuzione
  - Contro
    - Si consuma molta memoria
    - Si assume che le regole sono stabili e che i fatti cambino spesso
      Ricompilare la struttura a grafo di continuo sarebbe controproducente

Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

- Elementi della struttura a rete

  Memorie *Alpha*

  Ciascuna di esse rappresenta una condizione (un letterale) nella LHS di una regola

  Sono ammesse fattorizzazioni: condizioni identiche, anche in regole diverse, sono rappresentate dalla stessa memoria *Alpha*

  Esempio:

(*defrule* "Sorella"
(*Madre* ?*m* ?*x*)
(*Madre* ?*m* ?*y*)
(*Padre* ?*p* ?*x*)
(*Padre* ?*p* ?*y*)
(*Femmina* ?*x*)
⇒
(*Sorella* ?*x* ?*y*))

Memorie *Alpha*

(*Madre* ?*v*1 ?*v*2)

(*Padre* ?*v*1 ?*v*2)

(*Femmina* ?*v*1)

Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

- Elementi della struttura a rete

  Memorie *Alpha*

  Ciascuna di esse rappresenta una condizione (un letterale) nella LHS di una regola

  Sono ammesse fattorizzazioni: condizioni identiche, anche in regole diverse, sono rappresentate dalla stessa memoria *Alpha*

  Esempio:

```
(defrule "Sorella"
   (Madre ?m ?x)
   (Madre ?m ?y)
   (Padre ?p ?x)
   (Padre ?p ?y)
   (Femmina ?x)
   ⇒
   (Sorella ?x ?y))
```

Memorie *Alpha*

(*Madre* ?*v*1 ?*v*2)

(*Padre* ?*v*1 ?*v*2)

(*Femmina* ?*v*1)

Le due condizioni simili si traducono con una sola memoria *Alpha*

Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

- Elementi della struttura a rete

  Memorie *Alpha*

  Ciascuna di esse rappresenta una condizione (un letterale) nella LHS di una regola

  Sono ammesse fattorizzazioni: condizioni identiche, anche in regole diverse, sono rappresentate dalla stessa memoria *Alpha*

  Esempio:

```
(defrule "Sorella"
   (Madre ?m ?x)
   (Madre ?m ?y)
   (Padre ?p ?x)
   (Padre ?p ?y)
   (Femmina ?x)
   ⇒
   (Sorella ?x ?y))
```

Memorie *Alpha*

(*Madre* ?*v*1 ?*v*2)

(*Padre* ?*v*1 ?*v*2)

(*Femmina* ?*v*1)

Le due condizioni simili si traducono con una sola memoria *Alpha*

Non si preserva il nome delle variabili

Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

- Elementi della struttura a rete

  Memorie *Alpha*

  Ciascuna di esse rappresenta una condizione (un letterale) nella LHS di una regola

  Sono ammesse fattorizzazioni: condizioni identiche, anche in regole diverse, sono rappresentate dalla stessa memoria *Alpha*

  Esempio:

```
(defrule "Sorella"
   (Madre ?m ?x)
   (Madre ?m ?y)
   (Padre ?p ?x)
   (Padre ?p ?y)
   (Femmina ?x)
   ⇒
   (Sorella ?x ?y))
```

Memorie *Alpha*

(*Madre* ?*v*1 ?*v*2)

(*Padre* ?*v*1 ?*v*2)

(*Femmina* ?*v*1)

Si traducono solo le condizioni vale a dire le LHS delle regole

Le RHS non vengono tradotte

Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

- Elementi della struttura a rete

  Memorie *Beta*

  Ciascuna di esse rappresenta una combinazione binaria di condizioni, nella LHS di una regola

  Di fatto è un join tra i valori (esattamente come in un DB relazionale)

Esempio:

```
(defrule "Sorella"
   (Madre ?m ?x)
   (Madre ?m ?y)
   (Padre ?p ?x)
   (Padre ?p ?y)
   (Femmina ?x)
   ⇒
   (Sorella ?x ?y))
```

Memorie *Alpha*

(*Madre* ?*v*1 ?*v*2)

(*Padre* ?*v*1 ?*v*2)

(*Femmina* ?*v*1)

Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

- Elementi della struttura a rete

  Memorie *Beta*

  Ciascuna di esse rappresenta una combinazione binaria di condizioni, nella LHS di una regola

  Di fatto è un join tra i valori (esattamente come in un DB relazionale)

Esempio:

(*defrule* "*Sorella*"
(*Madre* ?*m* ?*x*)
(*Madre* ?*m* ?*y*)
(*Padre* ?*p* ?*x*)
(*Padre* ?*p* ?*y*)
(*Femmina* ?*x*)
⇒
(*Sorella* ?*x* ?*y*))

Questa combinazione

Memorie *Alpha*

(*Madre* ?*v*1 ?*v*2)

(*Padre* ?*v*1 ?*v*2)

(*Femmina* ?*v*1)

Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

- Elementi della struttura a rete

  Memorie *Beta*

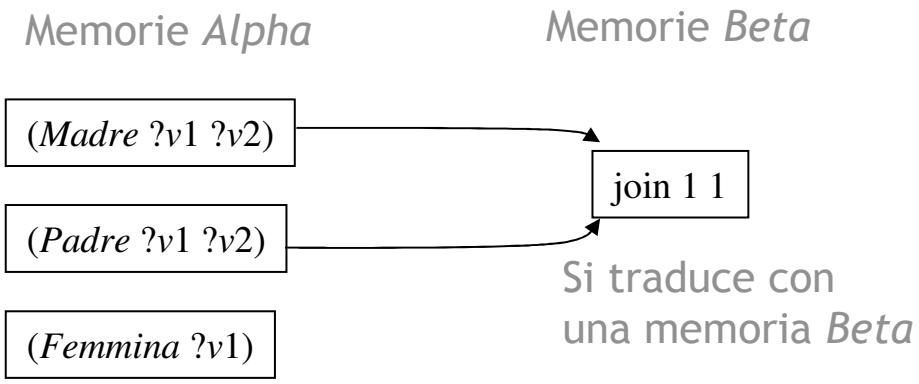
  Ciascuna di esse rappresenta una combinazione binaria di condizioni, nella LHS di una regola

  Di fatto è un join tra i valori (esattamente come in un DB relazionale)

Esempio:

Questa combinazione

```
(defrule "Sorella"
  (Madre ?m ?x)
  (Madre ?m ?y)
  (Padre ?p ?x)
  (Padre ?p ?y)
  (Femmina ?x)
  ⇒
  (Sorella ?x ?y))
```



Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

- Elementi della struttura a rete

  Memorie *Beta*

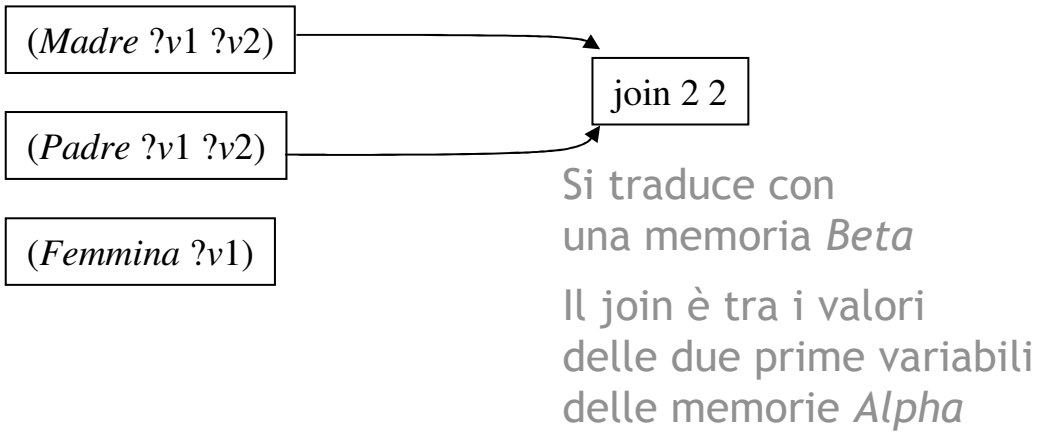
  Ciascuna di esse rappresenta una combinazione binaria di condizioni, nella LHS di una regola

  Di fatto è un join tra i valori (esattamente come in un DB relazionale)

Esempio:

Questa combinazione

```
(defrule "Sorella"
  (Madre ?m ?x)
  (Madre ?m ?y)
  (Padre ?p ?x)
  (Padre ?p ?y)
  (Femmina ?x)
  ⇒
  (Sorella ?x ?y))
```



Si traduce con una memoria *Beta*

Il join è tra i valori delle due prime variabili delle memorie *Alpha*

Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

- Elementi della struttura a rete

  Memorie *Beta*

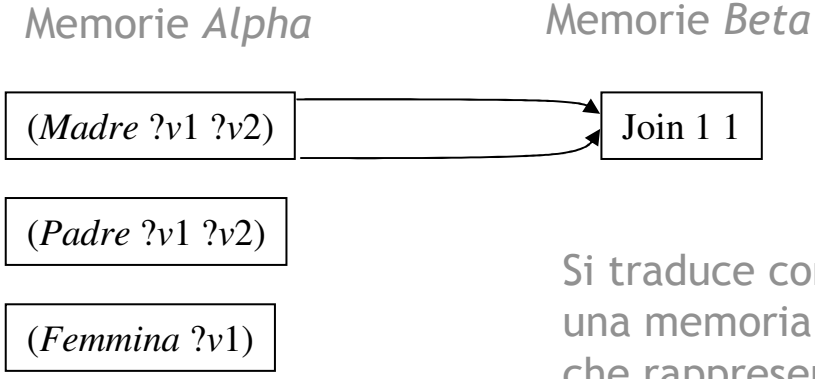
  Ciascuna di esse rappresenta una combinazione binaria di condizioni, nella LHS di una regola

  Di fatto è un join tra i valori (esattamente come in un DB relazionale)

Esempio:

(*defrule* "*Sorella*"
(*Madre* ?*m* ?*x*)
(*Madre* ?*m* ?*y*)
(*Padre* ?*p* ?*x*)
(*Padre* ?*p* ?*y*)
(*Femmina* ?*x*)
⇒
(*Sorella* ?*x* ?*y*))

Questa combinazione

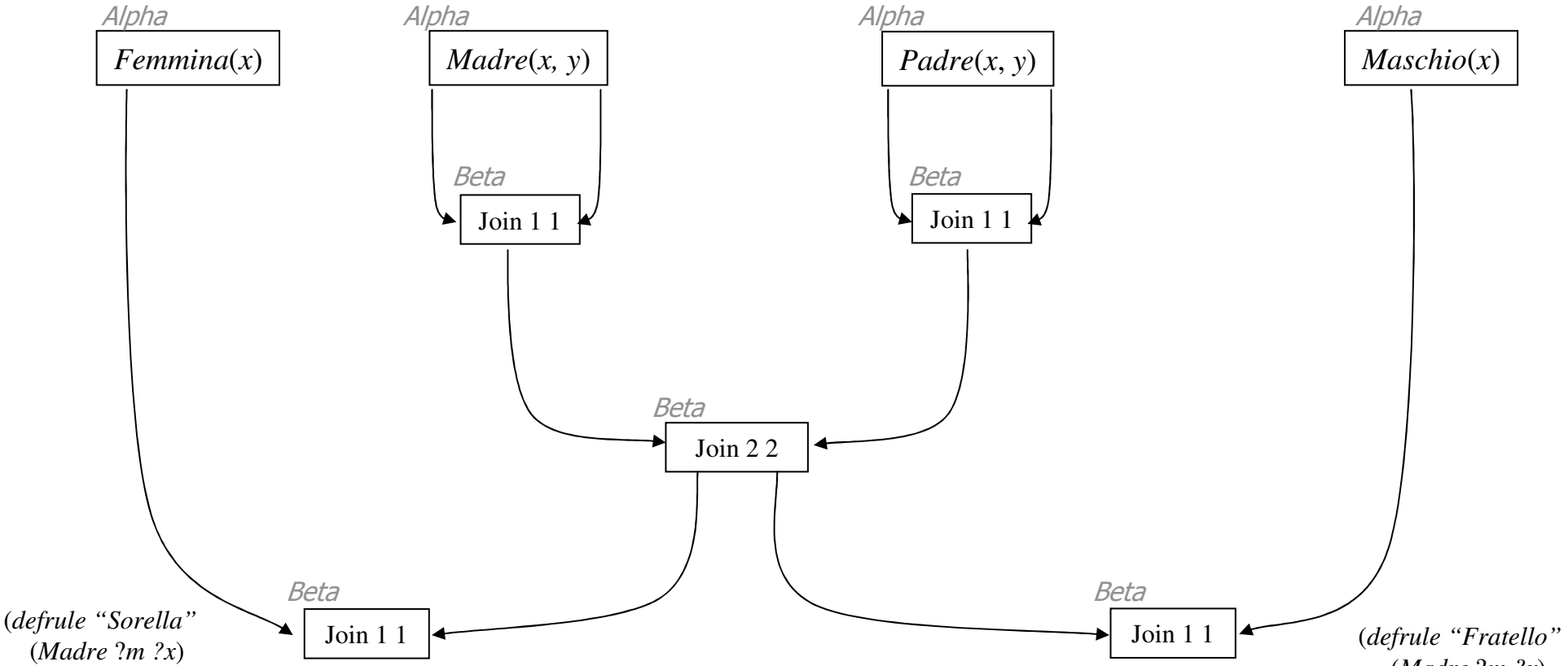


Si traduce con
una memoria *Beta*
che rappresenta un join
sulla stessa memoria *Alpha*

Anche i join possono essere fattorizzati: lo stesso join può occorrere in più regole

Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

Traduzione completa in struttura *Rete* di due regole

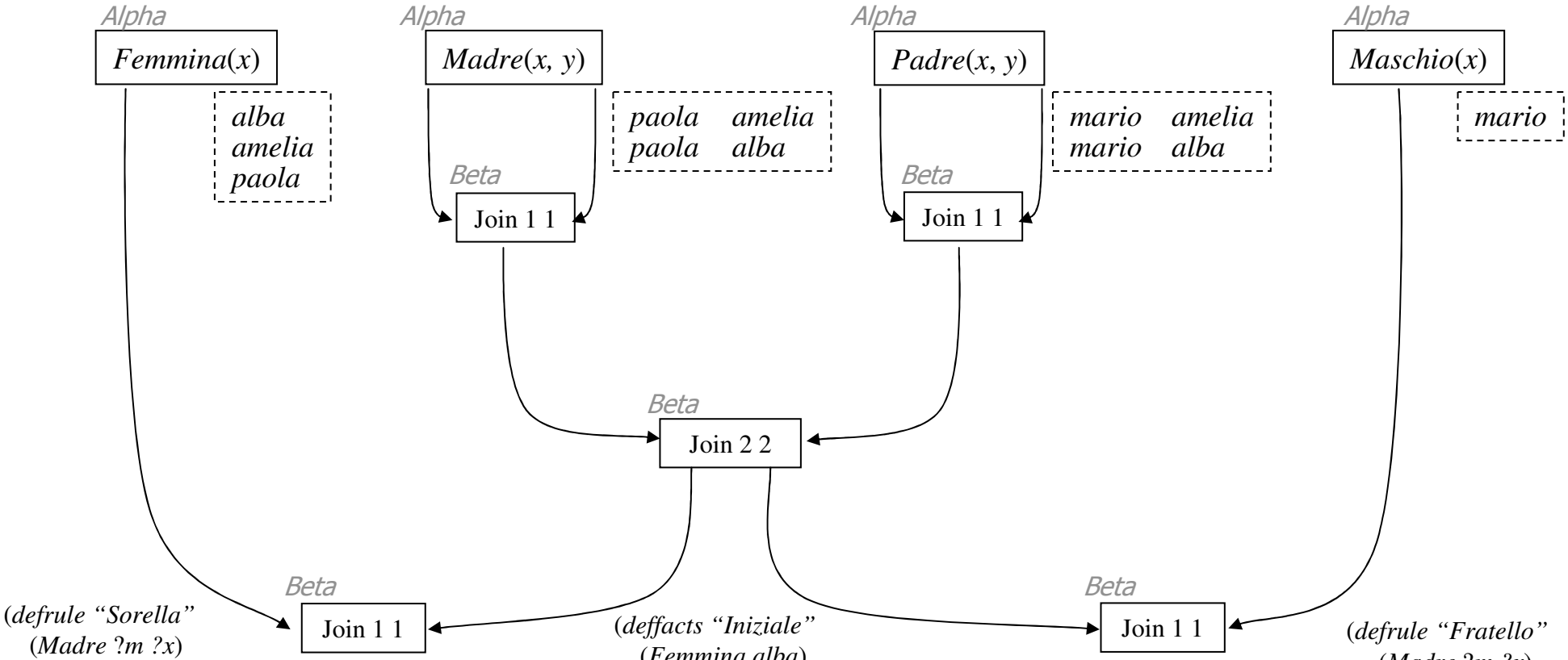


(*defrule "Sorella"*
(*Madre ?m ?x*)
(*Madre ?m ?y*)
(*Padre ?p ?x*)
(*Padre ?p ?y*)
(*Femmina ?x*)
⇒
(*Sorella ?x ?y*))

(*defrule "Fratello"*
(*Madre ?m ?x*)
(*Madre ?m ?y*)
(*Padre ?p ?x*)
(*Padre ?p ?y*)
(*Maschio ?x*)
⇒
(*Fratello ?x ?y*))

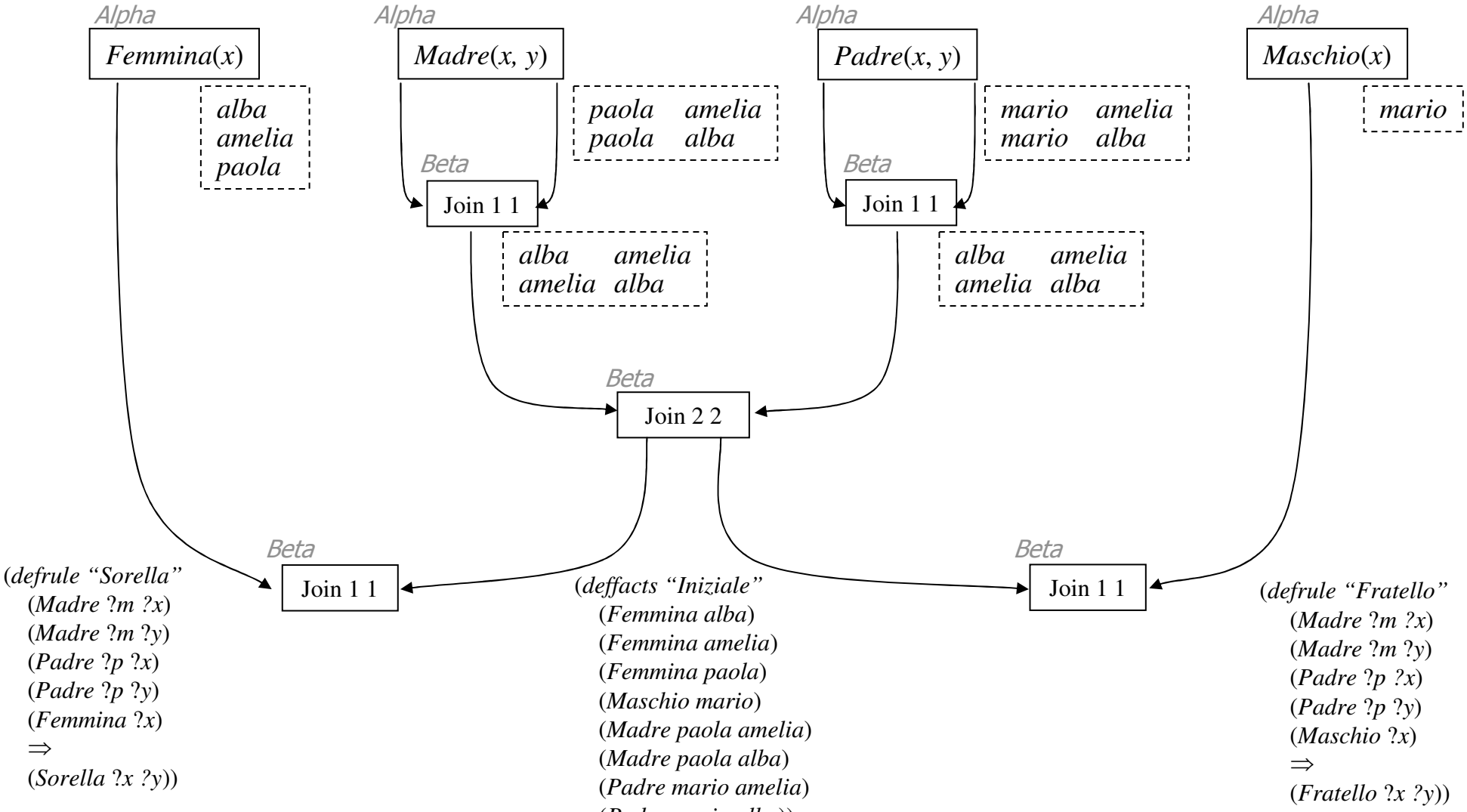
Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

I fatti vengono "agganciati" alle memorie *Alpha* della struttura *Rete* ...



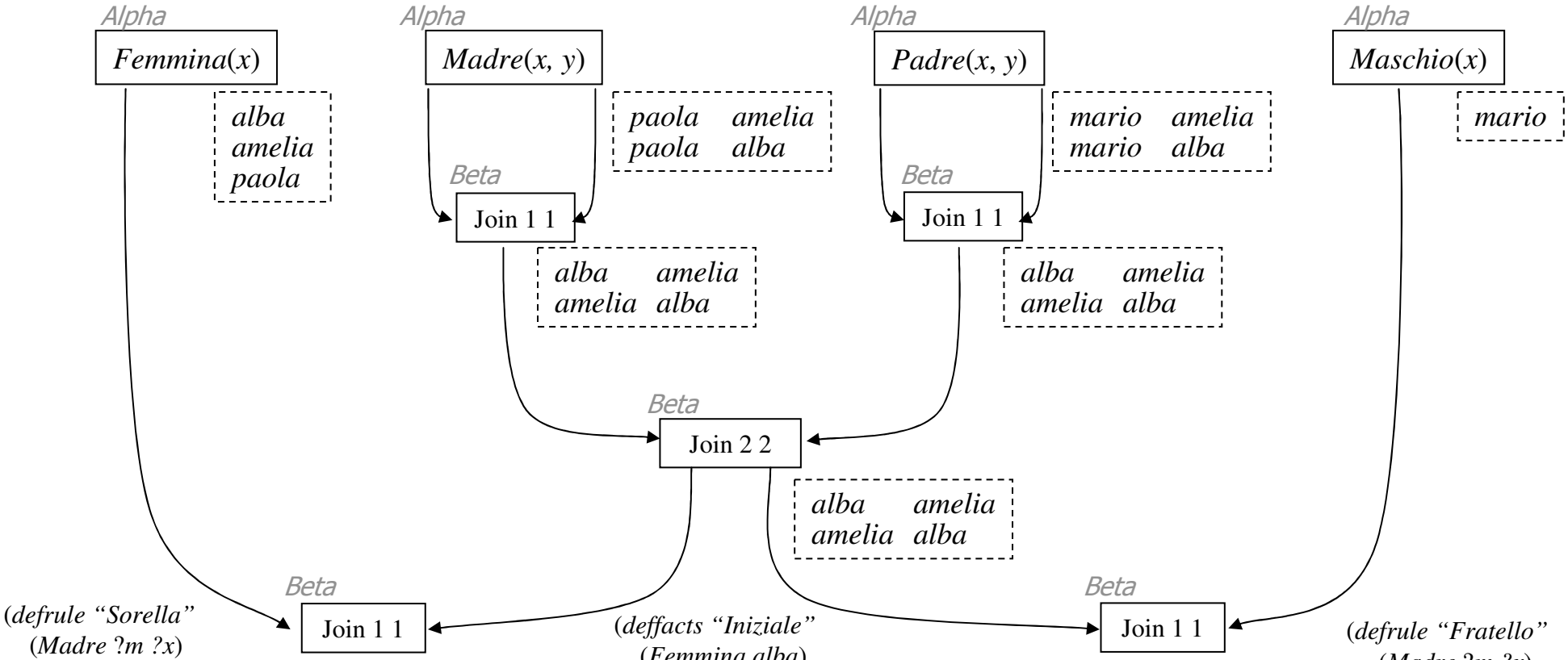
Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

... e quindi "fluiscono" attraverso la struttura delle memorie *Beta* ...



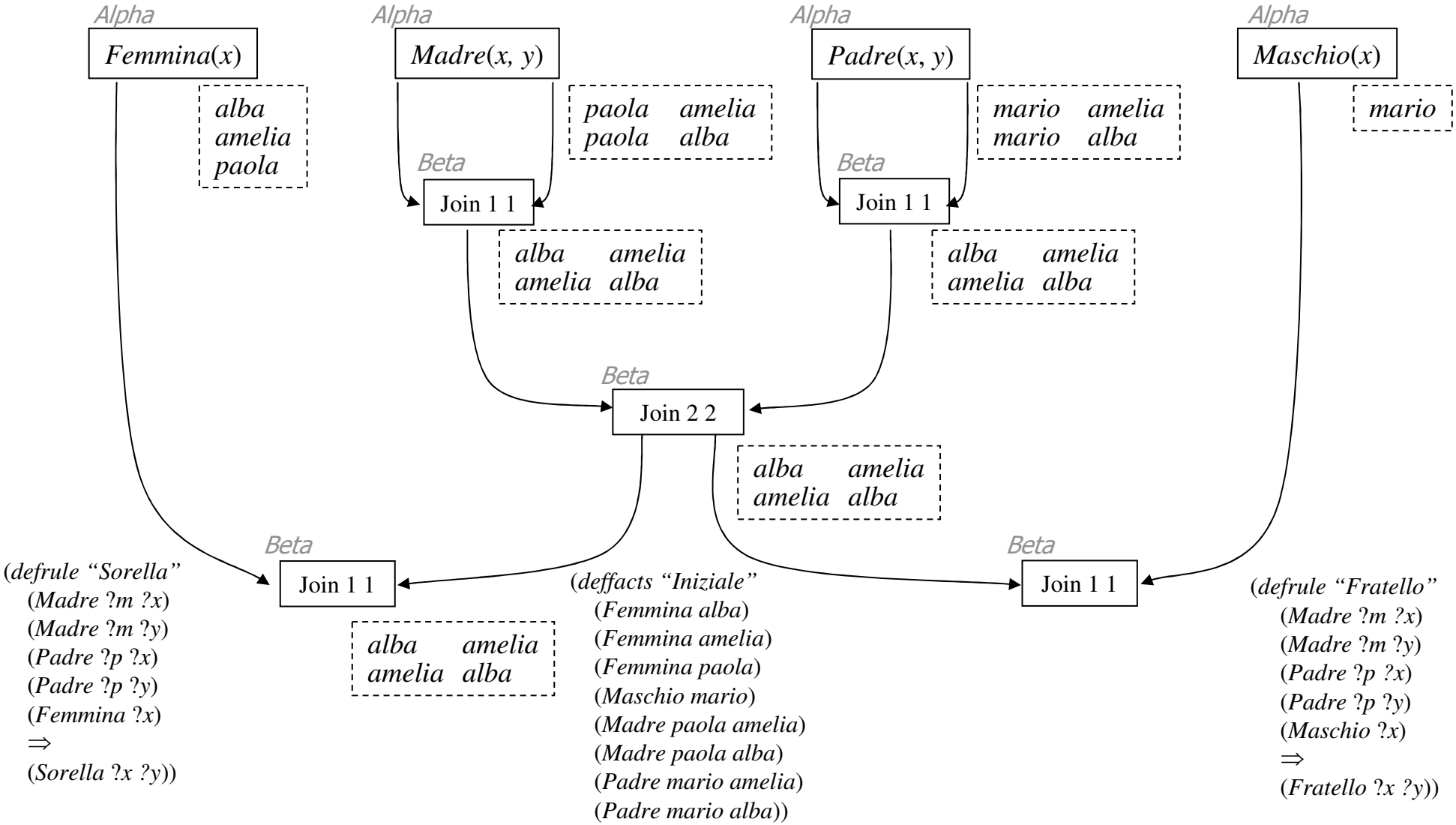
Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

... e quindi "fluiscono" attraverso la struttura delle memorie *Beta* ...



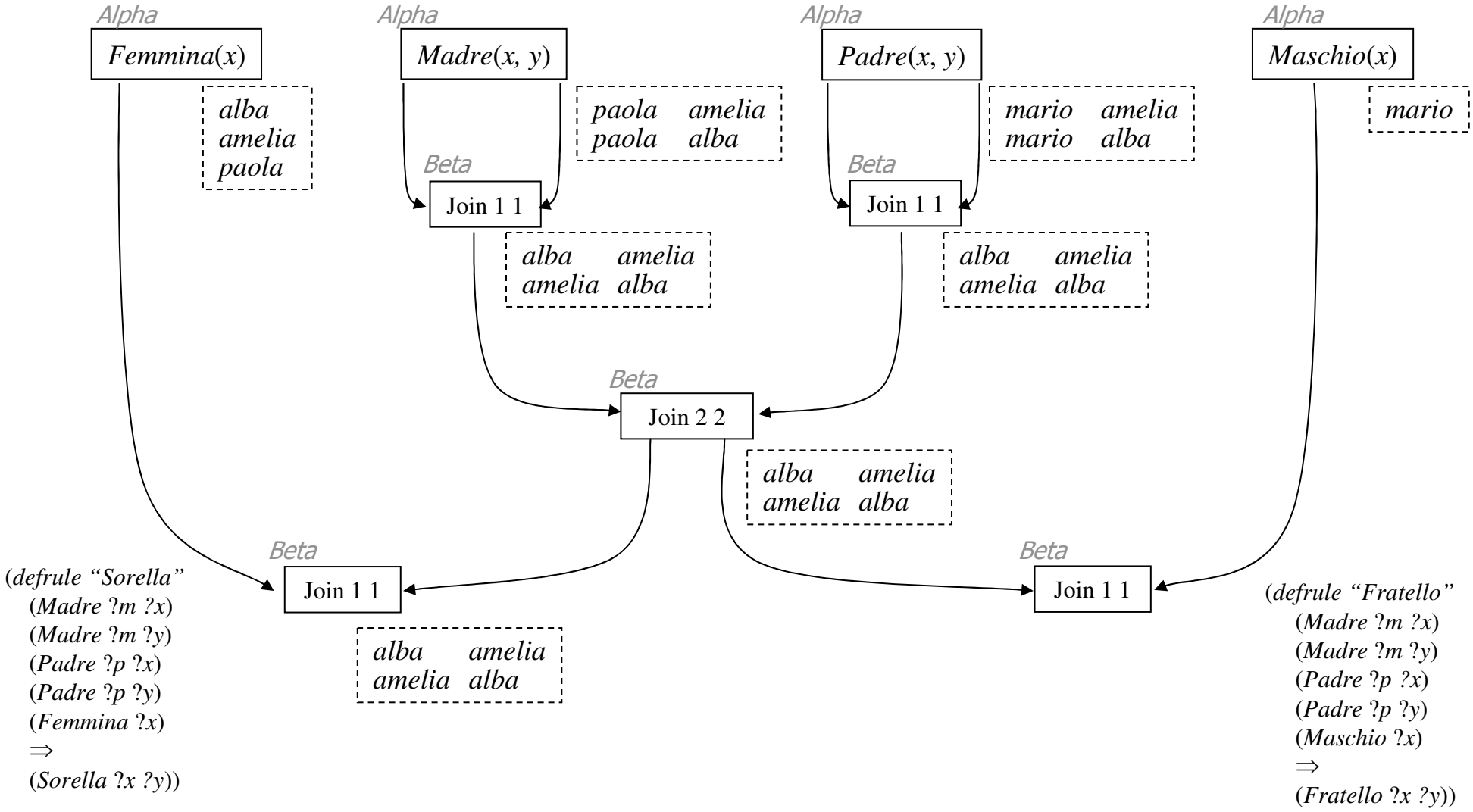
Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

... e quindi "fluiscono" attraverso la struttura delle memorie *Beta* ...



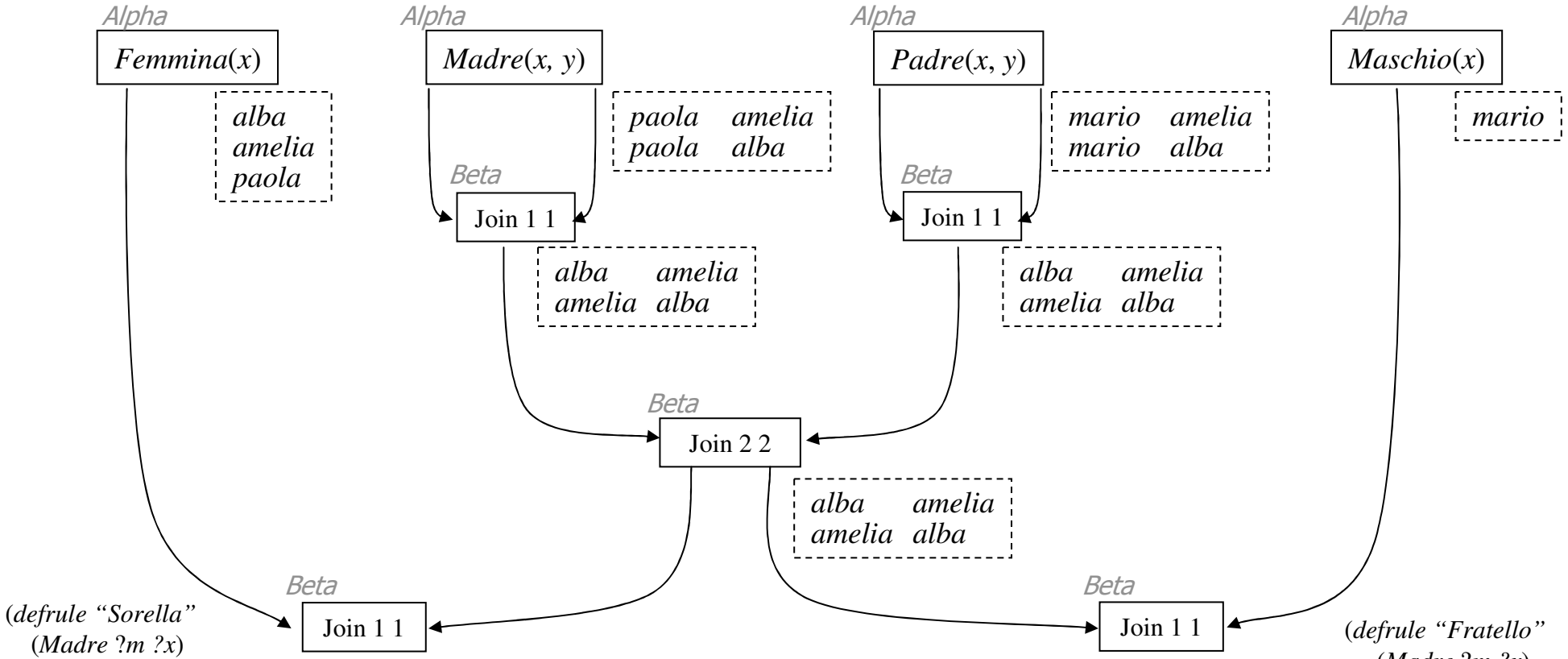
Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

... fino a creare le istanziazioni delle regole



Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

... fino a creare le istanziazioni delle regole



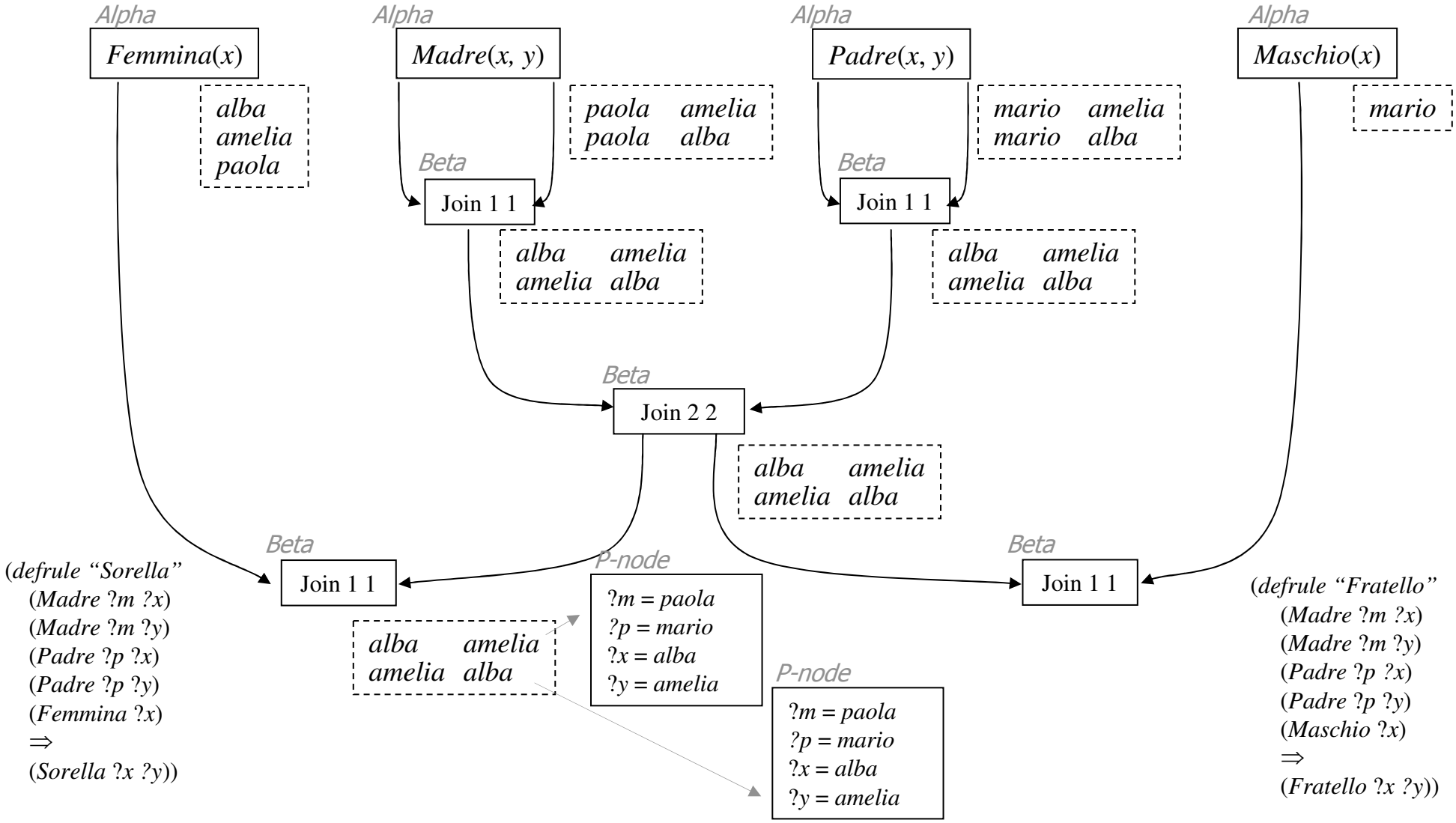
(*defrule "Sorella"*
(*Madre ?m ?x*)
(*Madre ?m ?y*)
(*Padre ?p ?x*)
(*Padre ?p ?y*)
(*Femmina ?x*)
⇒
(*Sorella ?x ?y*))

Ciascuna "riga" di questa memoria *Beta* rappresenta un'istanziazione (cioè un *P-node*)

(*defrule "Fratello"*
(*Madre ?m ?x*)
(*Madre ?m ?y*)
(*Padre ?p ?x*)
(*Padre ?p ?y*)
(*Maschio ?x*)
⇒
(*Fratello ?x ?y*))

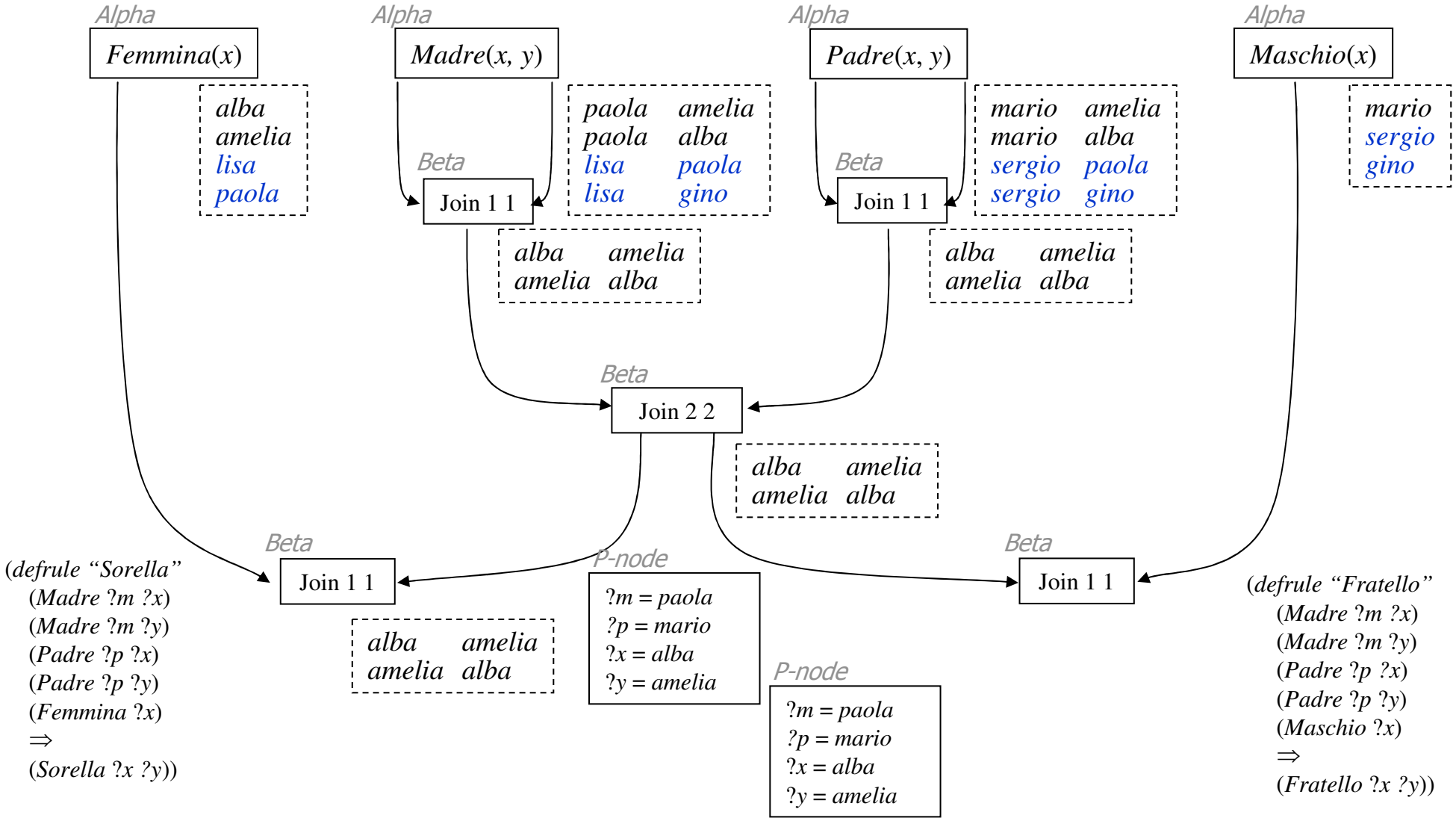
... fino a creare le istanziazioni delle regole

Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)



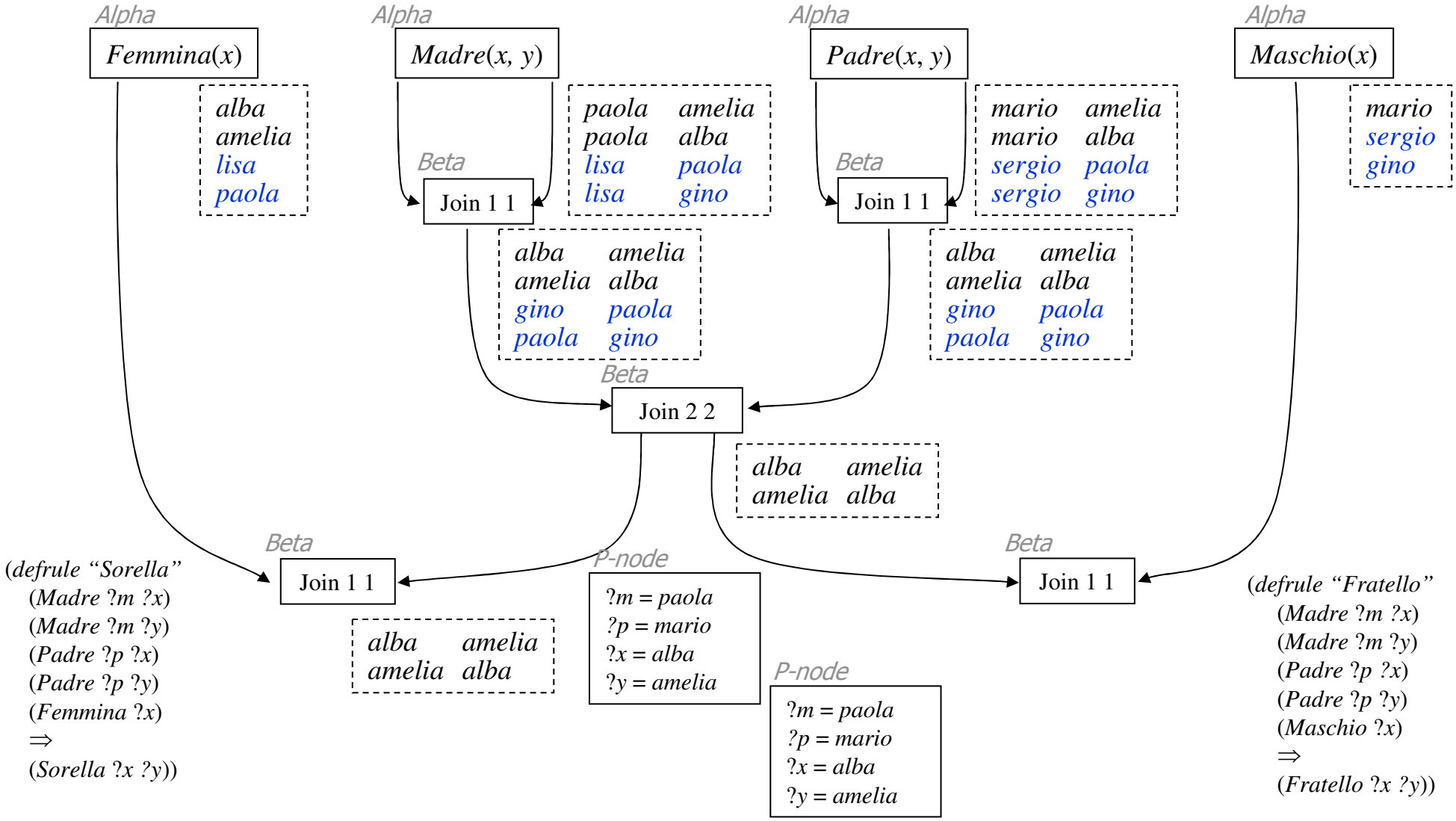
Nuovi fatti "fluiscono" attraverso la struttura *Rete* ...

Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)



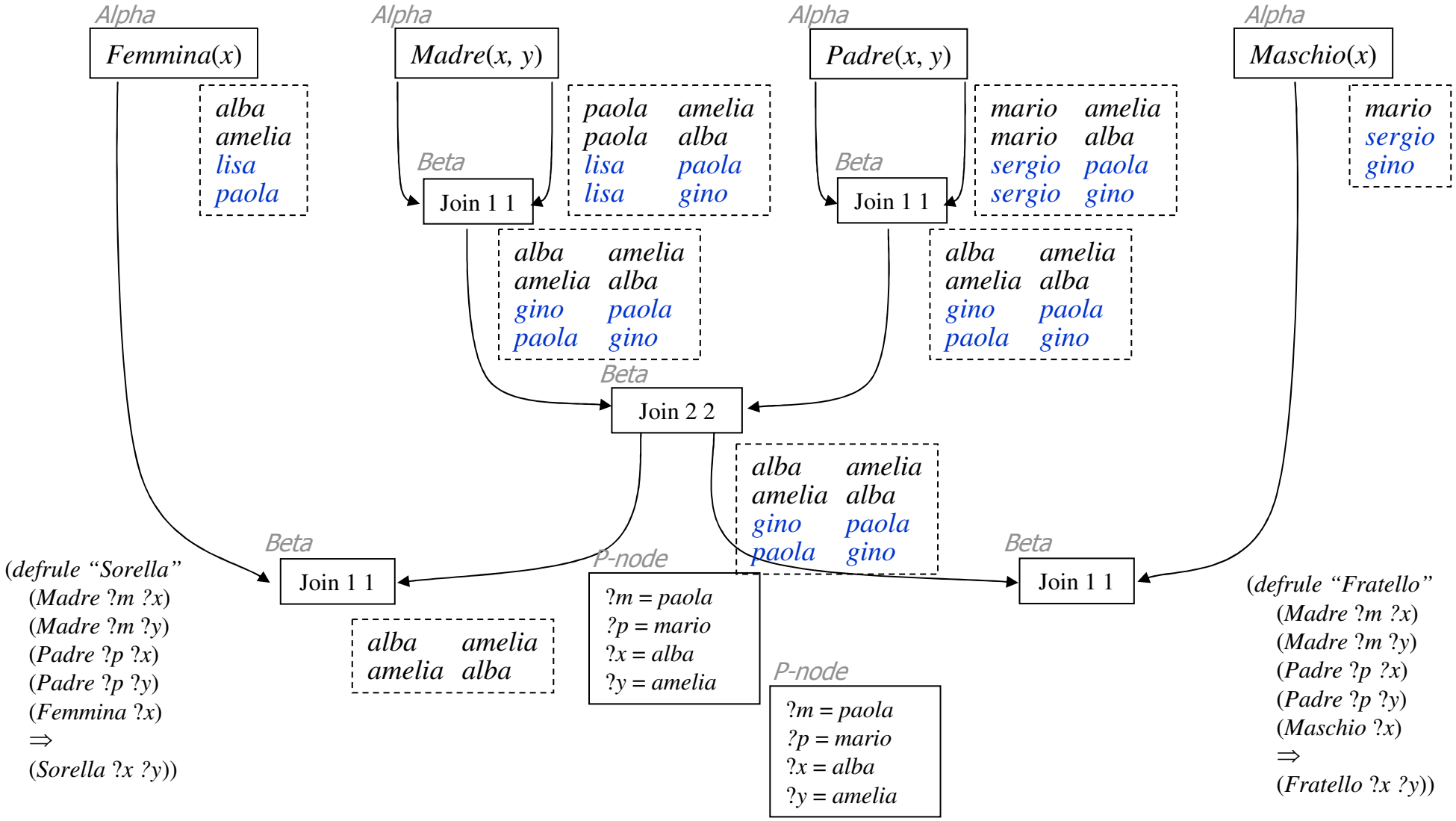
Nuovi fatti "fluiscono"
attraverso la struttura *Rete* ...

Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)



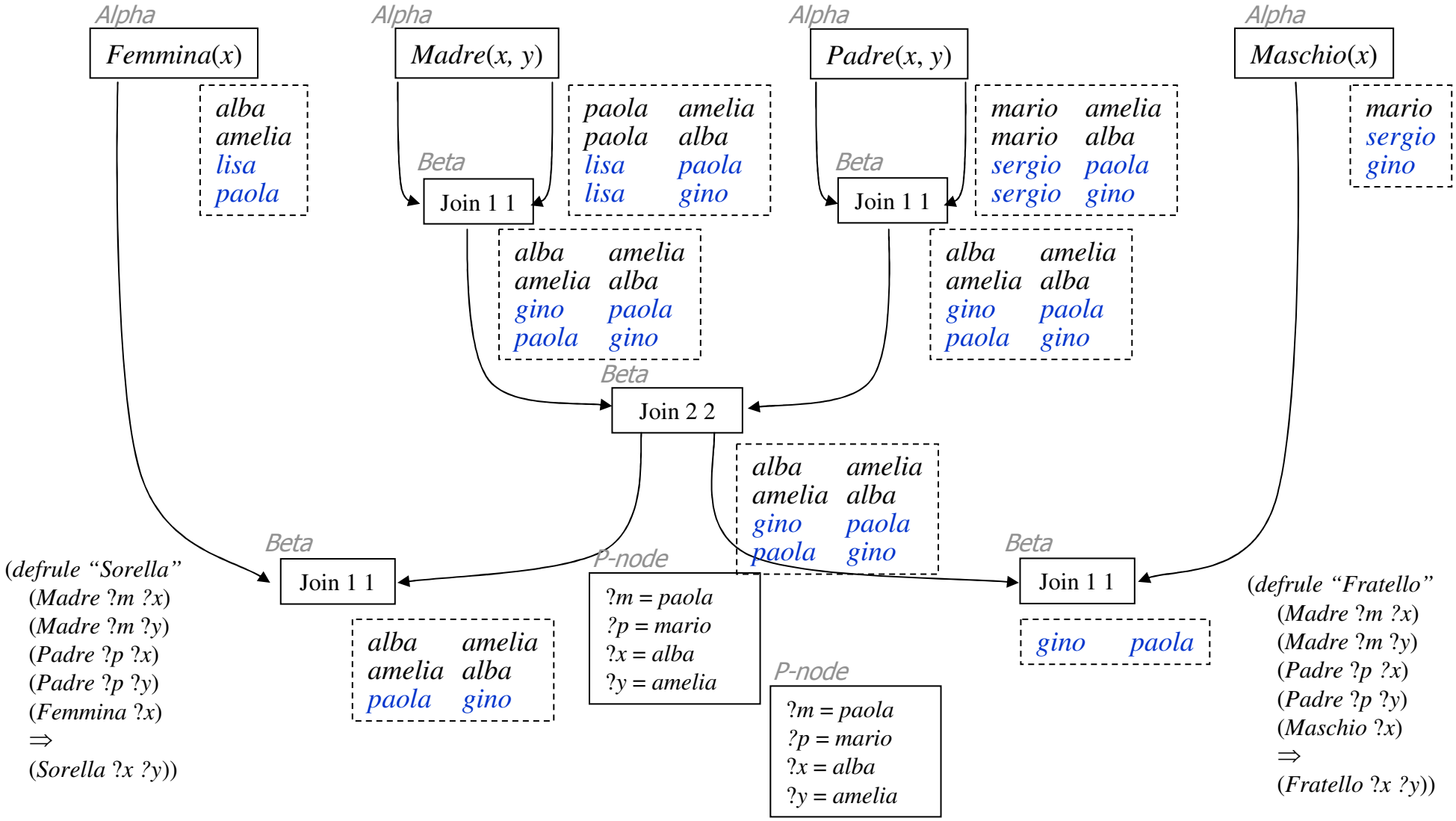
Nuovi fatti "fluiscono"
attraverso la struttura *Rete* ...

Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)



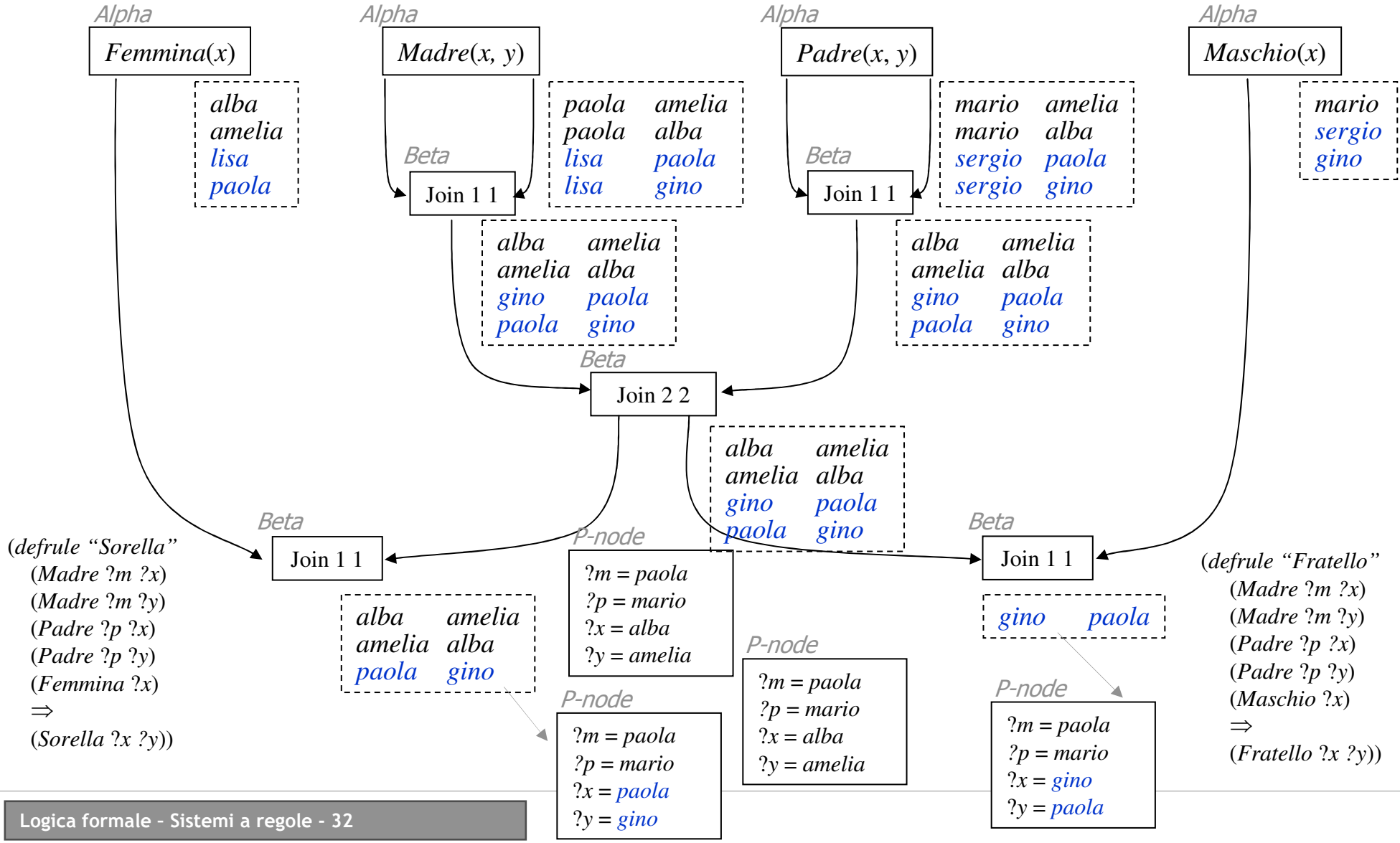
Nuovi fatti "fluiscono" attraverso la struttura *Rete* ...

Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)



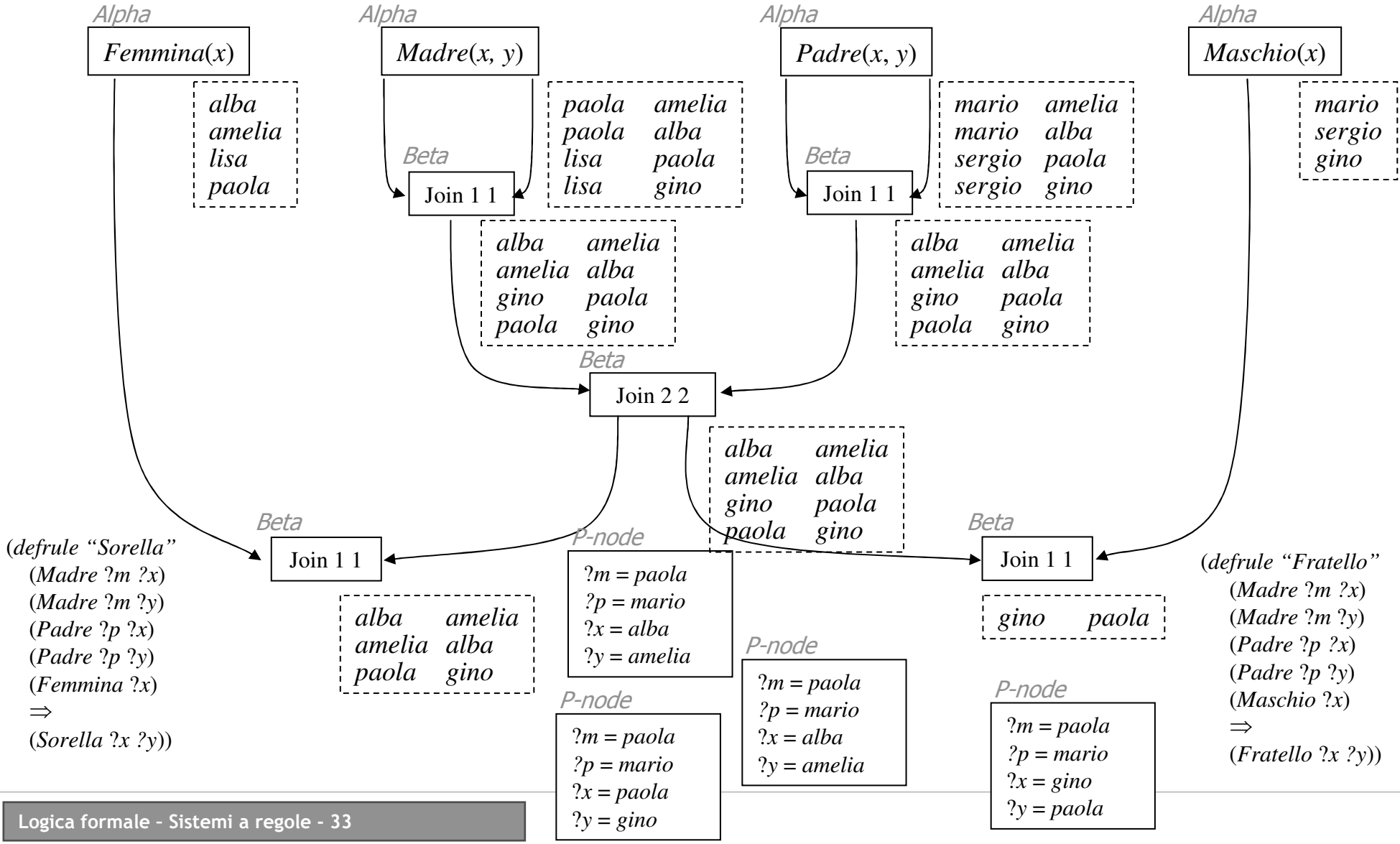
... e creano nuovi *P-node*

Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)



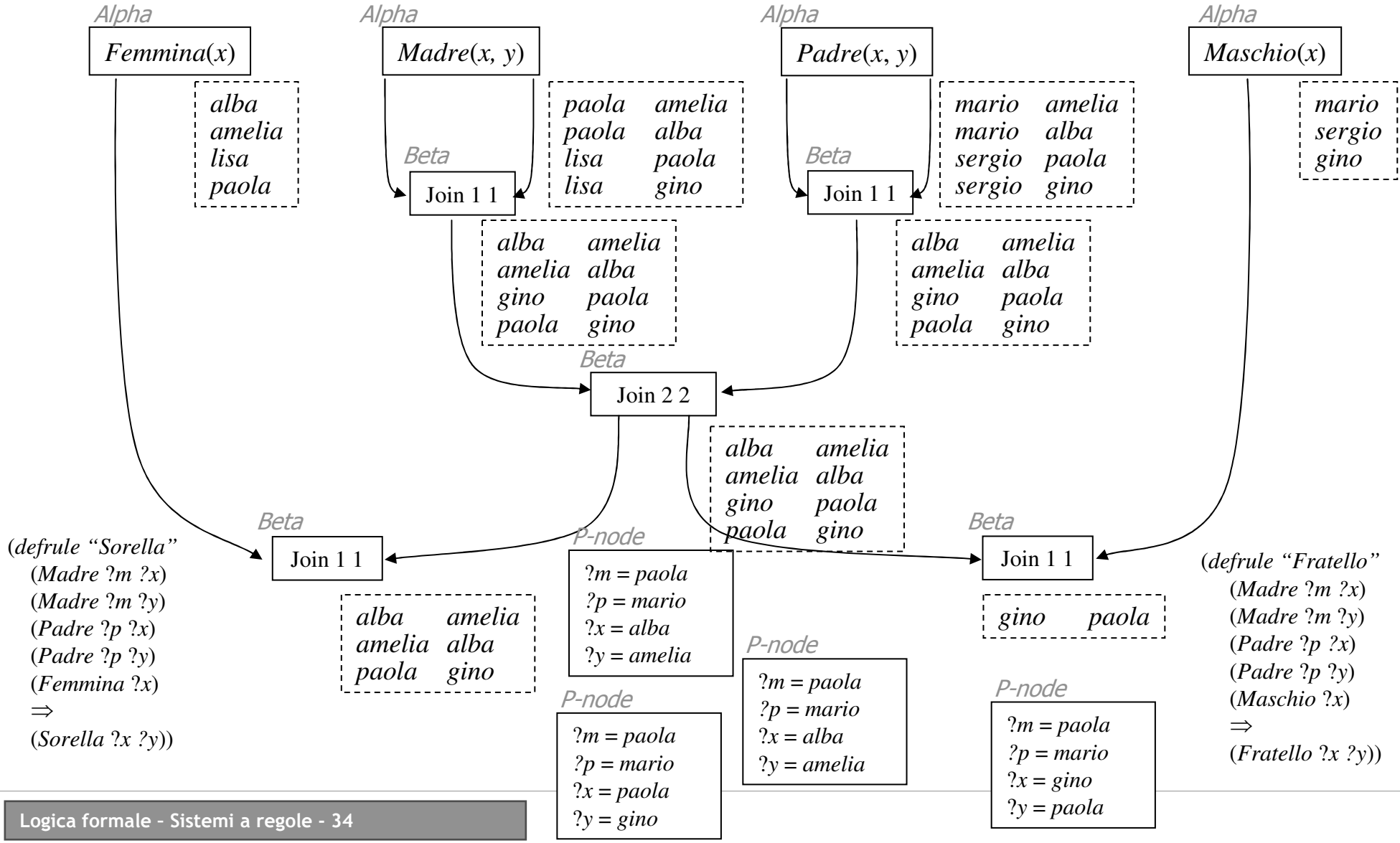
Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

I *P-node* vengono creati una volta sola: quando si aggiorna il contenuto delle memorie *Alpha* e *Beta*



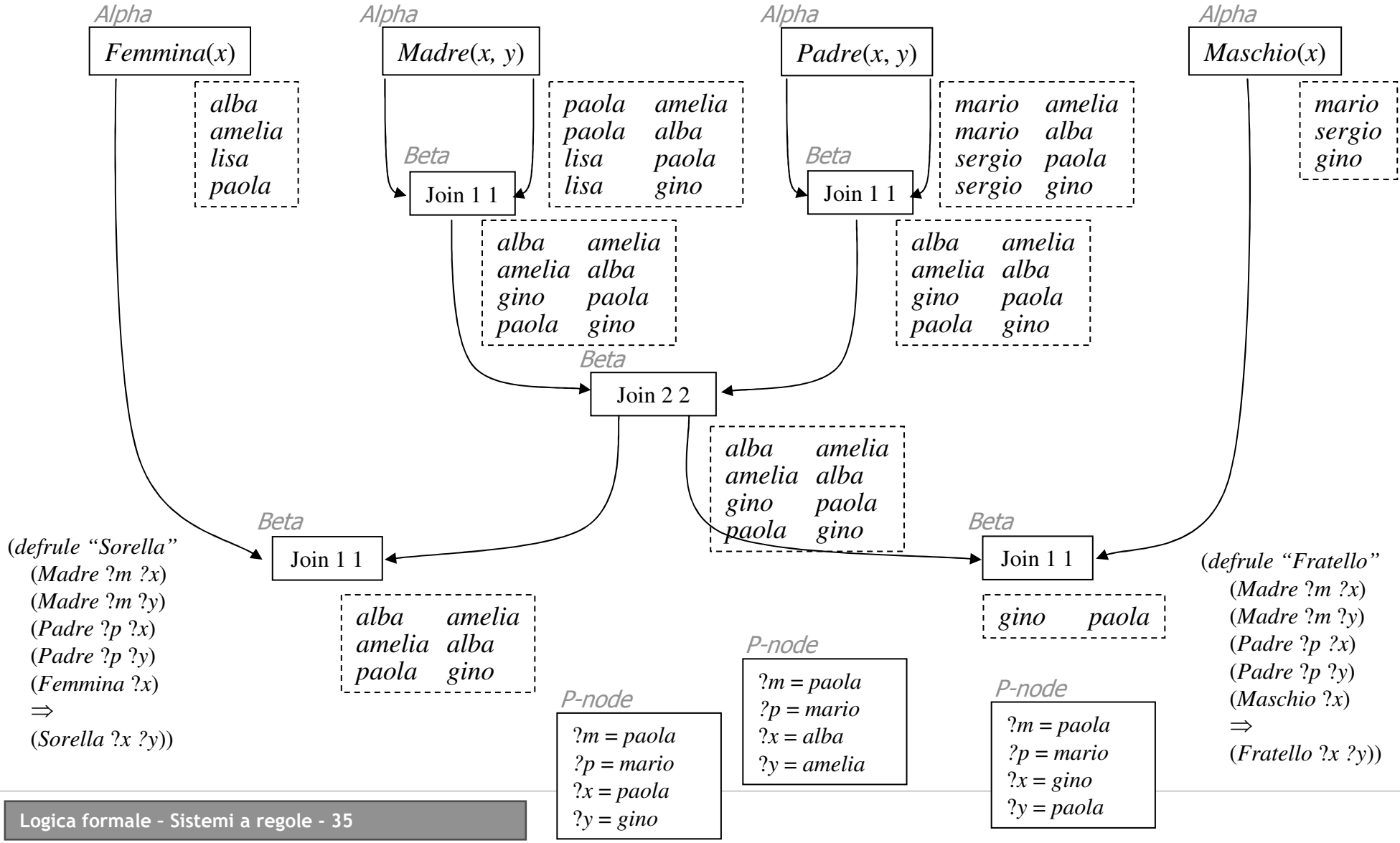
Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

I *P-node* mantengono il legame con le regole associate e vengono rimossi quando la regola è eseguita (*FIRE*)



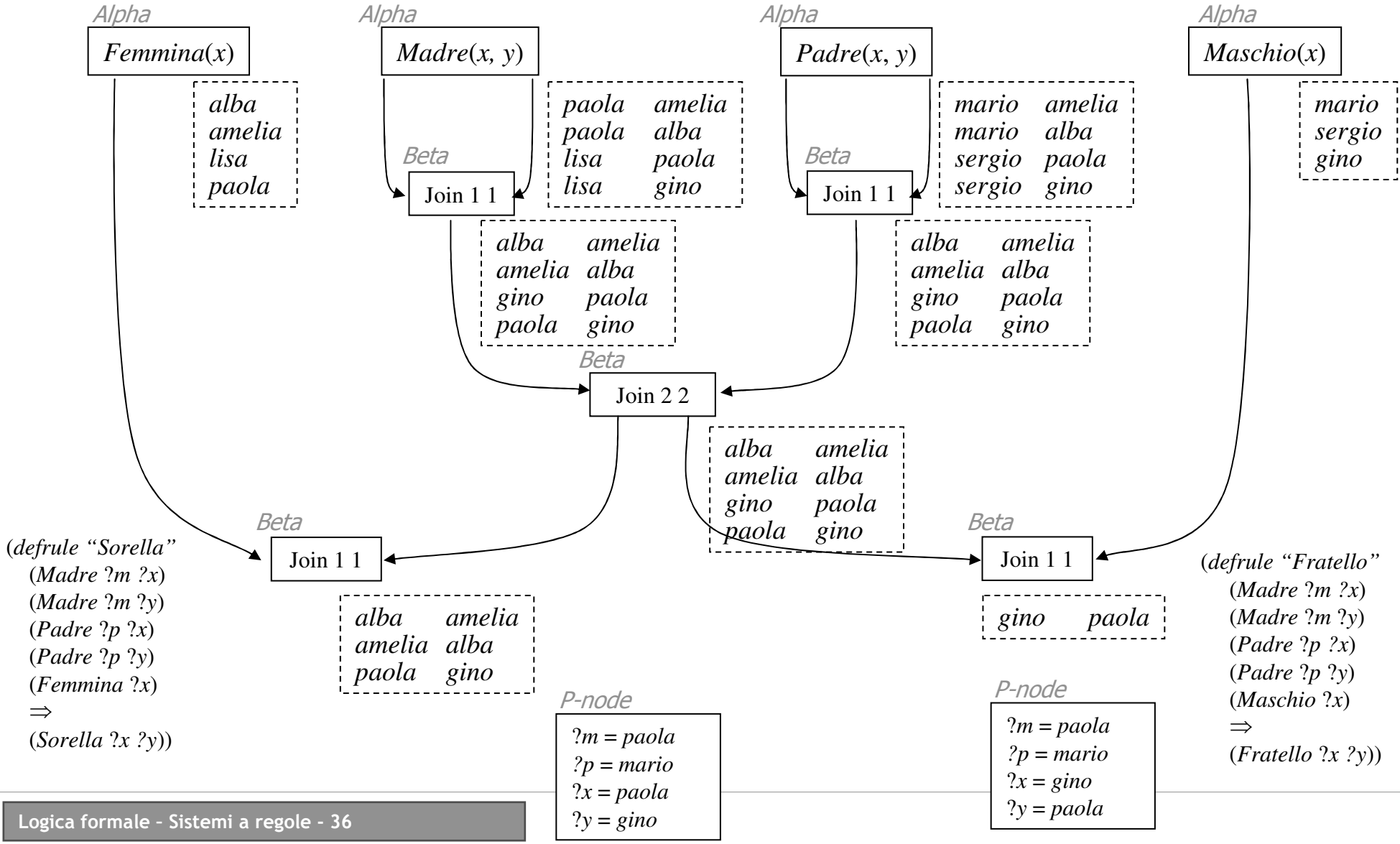
Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

I *P-node* mantengono il legame con le regole associate e vengono rimossi quando la regola è eseguita (*FIRE*)



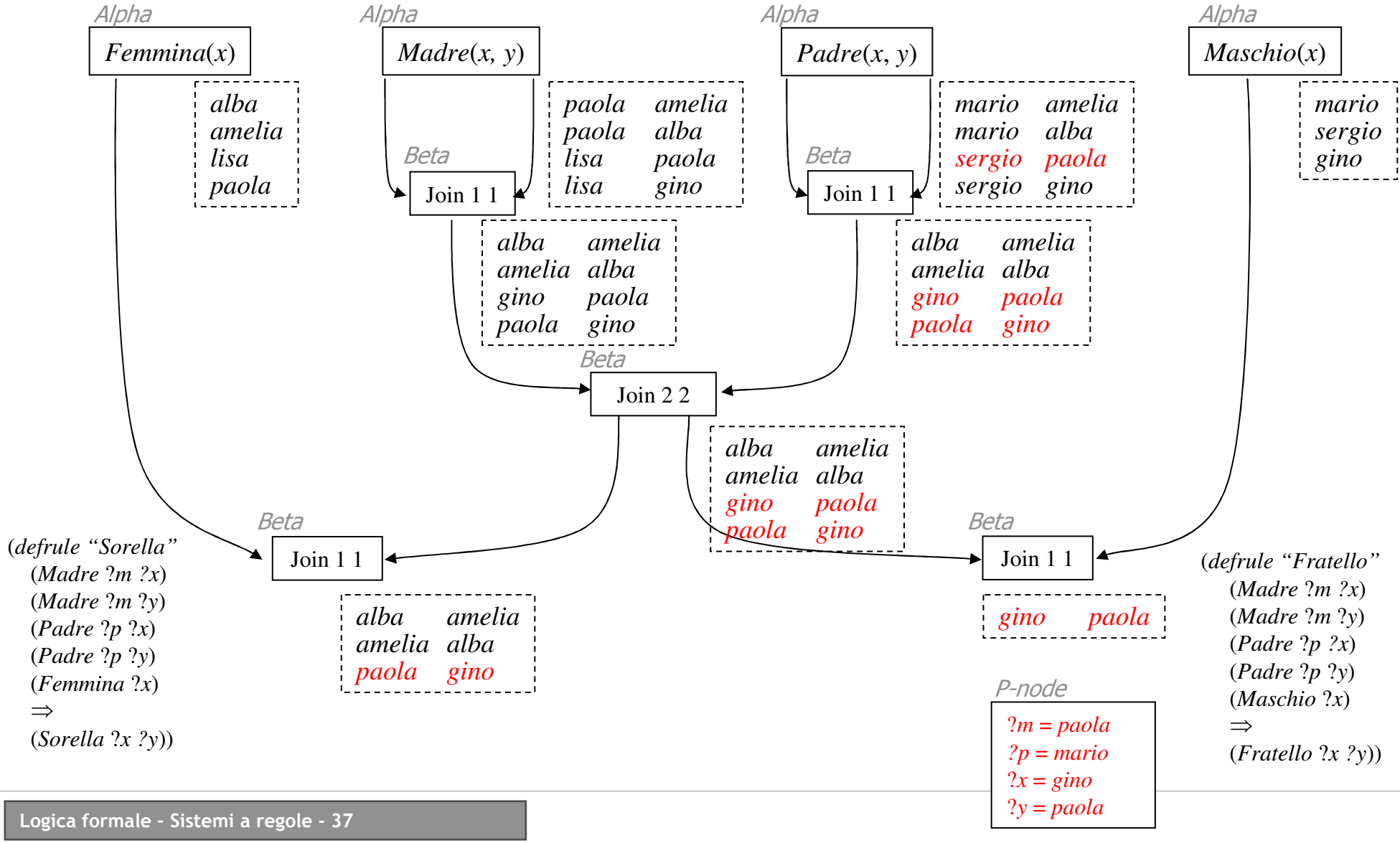
Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)

I *P-node* mantengono il legame con le regole associate e vengono rimossi quando la regola è eseguita (*FIRE*)



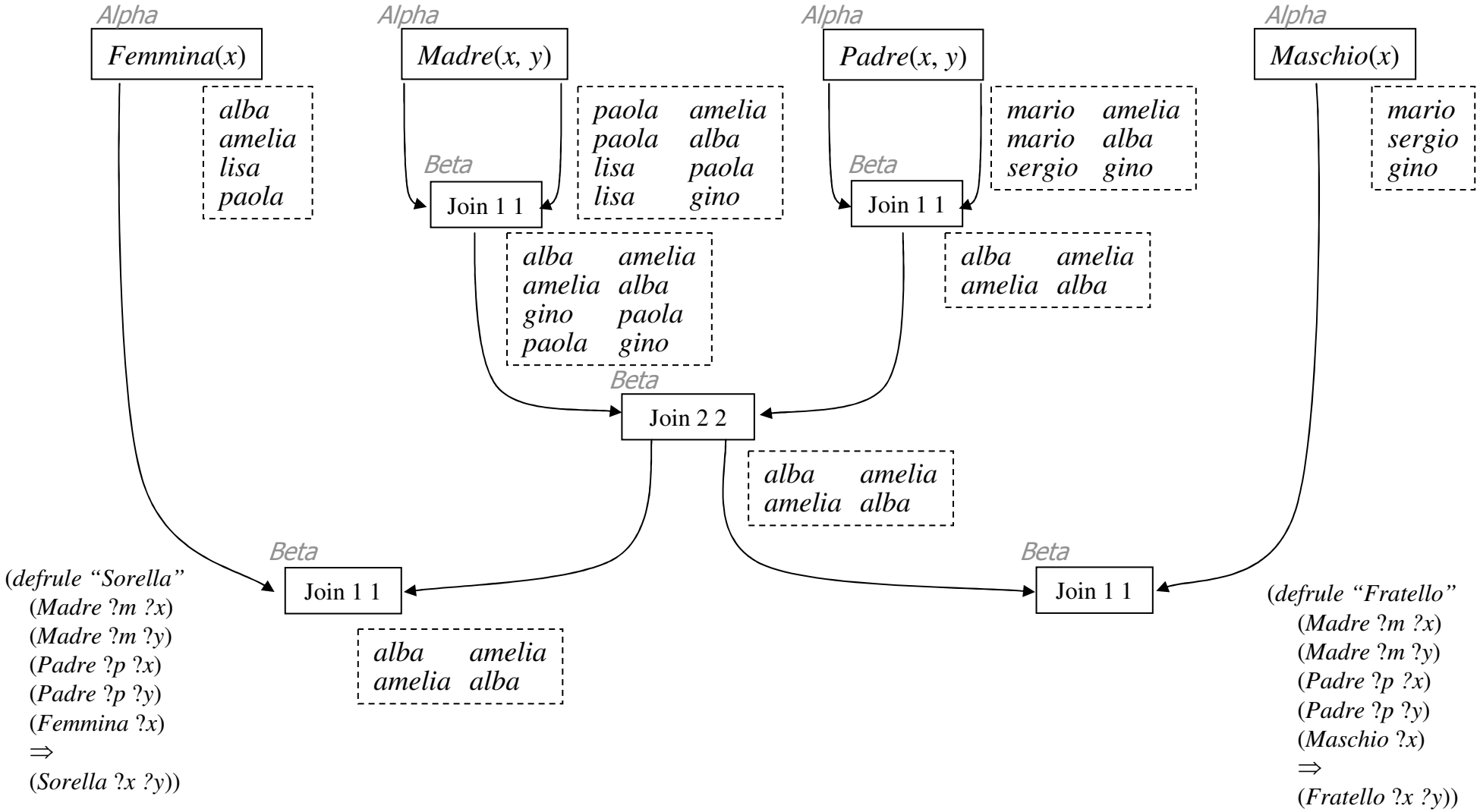
I *P-node* vengono rimossi anche quando viene ritrattato un fatto che li giustifica

Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)



I *P-node* vengono rimossi anche quando viene ritrattato un fatto che li giustifica

Algoritmo *Rete* (C. Forgy, 1980)



Come funziona *Jess* (approssimazione)

- L'agenda contiene le regole applicabili

Come funziona *Jess*

BATCH: caricamento delle regole e costruzione della struttura *Rete*
RESET: azzeramento delle memorie *Alpha* e *Beta*