

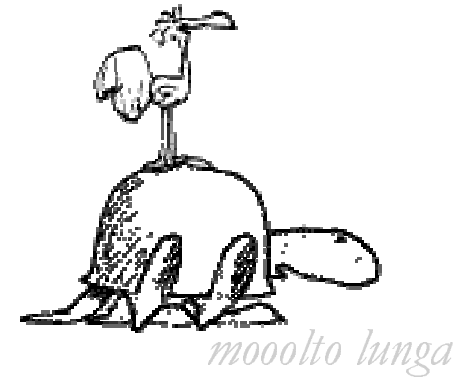
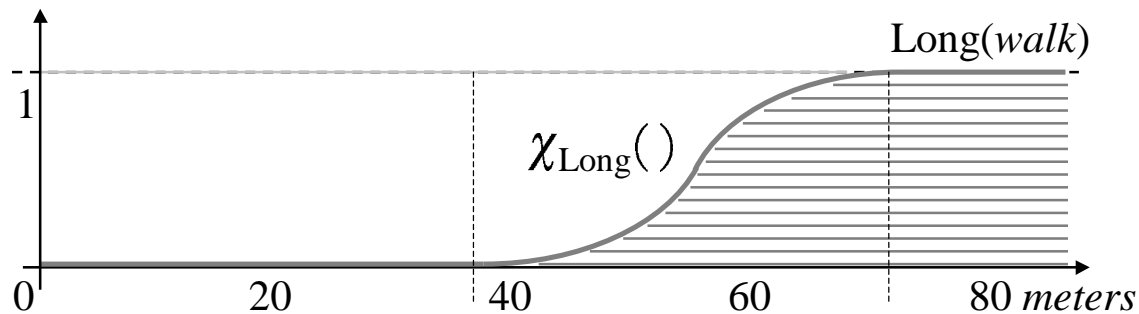
Intelligenza Artificiale

Breve introduzione alla logiche sfumate (fuzzy logics)

Marco Piastra

Insiemi sfumati

- “E la tartaruga fece una lunga camminata ...”
 - ma quant’è lunga, una lunga camminata ...
 - per una tartaruga?



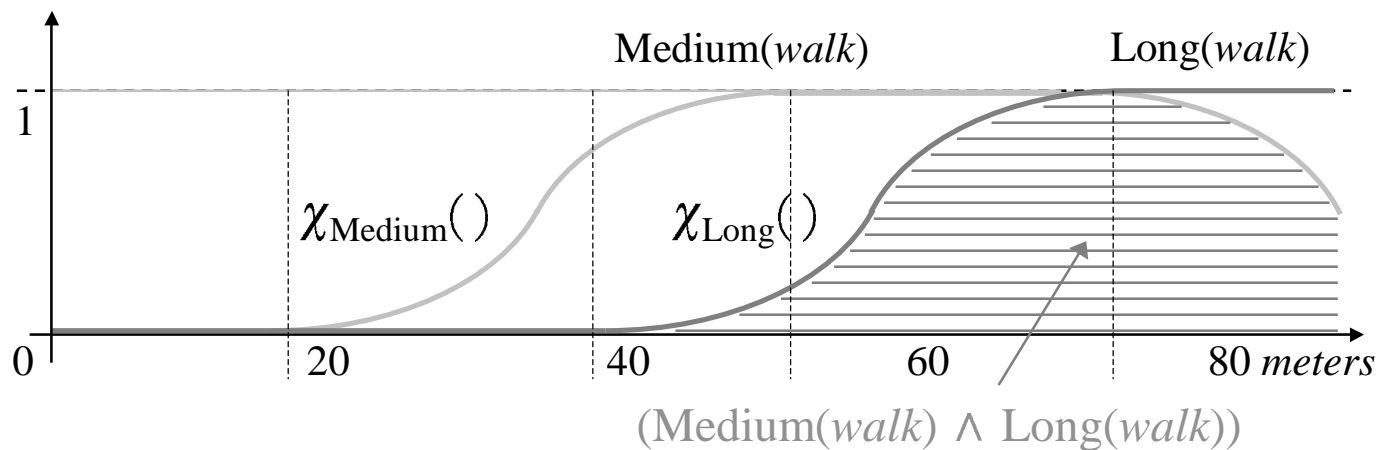
- La funzione caratteristica χ di un insieme *non sfumato* è del tipo:

$$\chi : U \rightarrow \{0, 1\}$$
- La funzione caratteristica χ di un insieme *sfumato* è del tipo:

$$\chi : U \rightarrow [0, 1] \text{ (tutto l'intervallo, non solo i valori estremi)}$$

Operatori insiemistici

- Operatori insiemistici per gli insiemi sfumati
 - sono definiti per analogia con gli operatori non sfumati
- Alcune scelte comuni
 - complemento: $\chi_A = 1 - \chi_A$
 - intersezione: $\chi_{A \cap B} = \min(\chi_A, \chi_B)$
 - unione: $\chi_{A \cup B} = \max(\chi_A, \chi_B)$



Scelta degli operatori insiemistici

- La scelta degli operatori insiemistici per gli insiemi sfumati non è affatto ovvia
- Si possono identificare dei requisiti:
 - norme e co-norme triangolari

intersezione
AND

T-norm (Dubois & Prade)

boundary: $T(0,0) = 0; T(1,a) = a$

monotonicity: $a \geq c; b \geq d \Rightarrow T(a,b) \geq T(c,d)$

commutativity: $T(a,b) = T(b,a)$

associativity: $T(a,T(b,c)) = T(T(a,b),c)$

unione
OR

T-conorm (Dubois & Prade)

boundary: $S(1,1) = 1; S(0,a) = a$

monotonicity: $a \geq c; b \geq d \Rightarrow S(a,b) \geq S(c,d)$

commutativity: $S(a,b) = S(b,a)$

associativity: $S(a,S(b,c)) = S(S(a,b),c)$

Scelta degli operatori insiemistici (2)

- Esistono infinite norme e co-norme triangolari
- Esempi:

intersezione
AND

T-norm

Minimum: $\min(a, b)$

Algebraic product: ab

Bounded product: $\max(a + b - 1, 0)$

unione
OR

T-conorm

Maximum: $\max(a, b)$

Algebraic sum: $a + b - ab$

Bounded sum: $\max(a + b, 1)$

Qual'è la scelta giusta per la passeggiata della tartaruga?

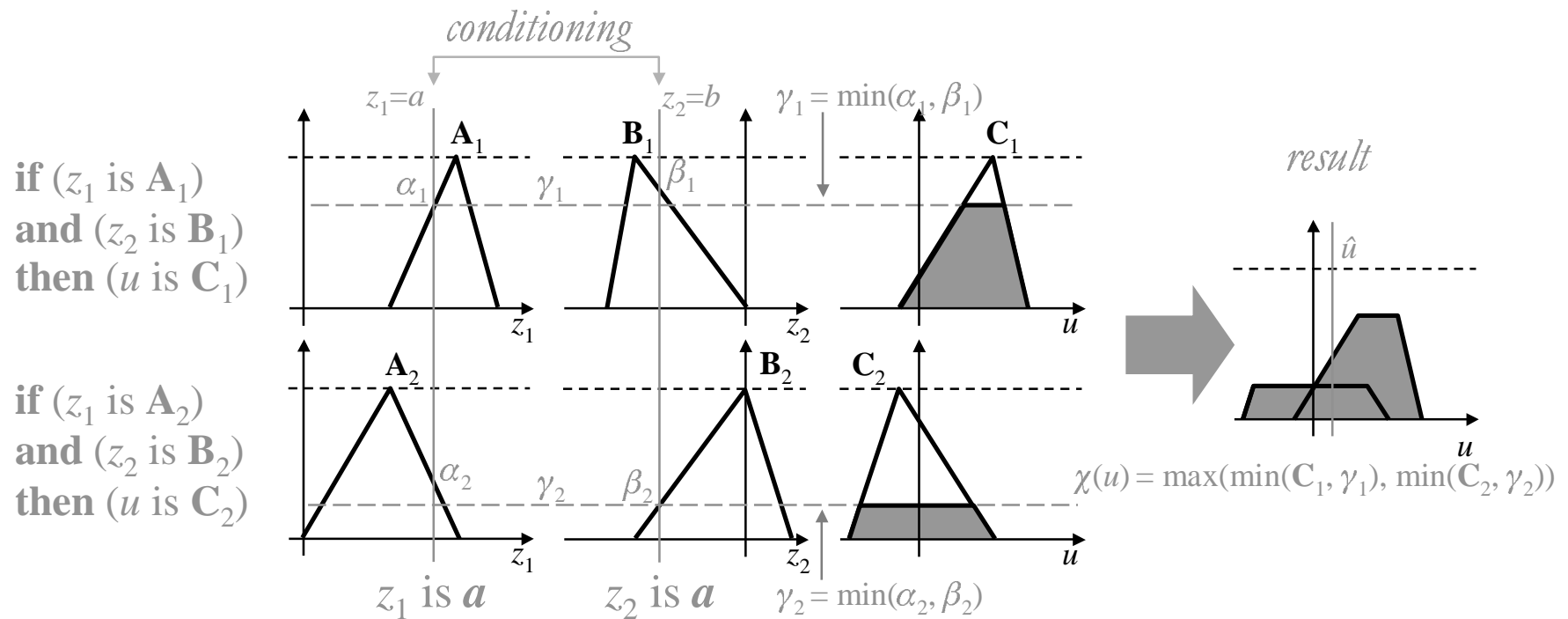
$\text{Long}(\text{walk}) \vee (\text{Medium}(\text{walk}) \wedge \text{Flat}(\text{walk}))$

Sistemi inferenziali sfumati

- La risposta (o forse la domanda) relativa alla scelta degli operatori insiemistici può essere meglio inquadrata considerando i sistemi inferenziali sfumati
 - (*fuzzy inference systems*)
- Sono sistemi a regole
 - in cui si usa una rappresentazione tramite insiemi sfumati
 - per le *premesse* e le *conseguenze*
- Molto usati nei sistemi di controllo automatico

Sistema di Mamdani

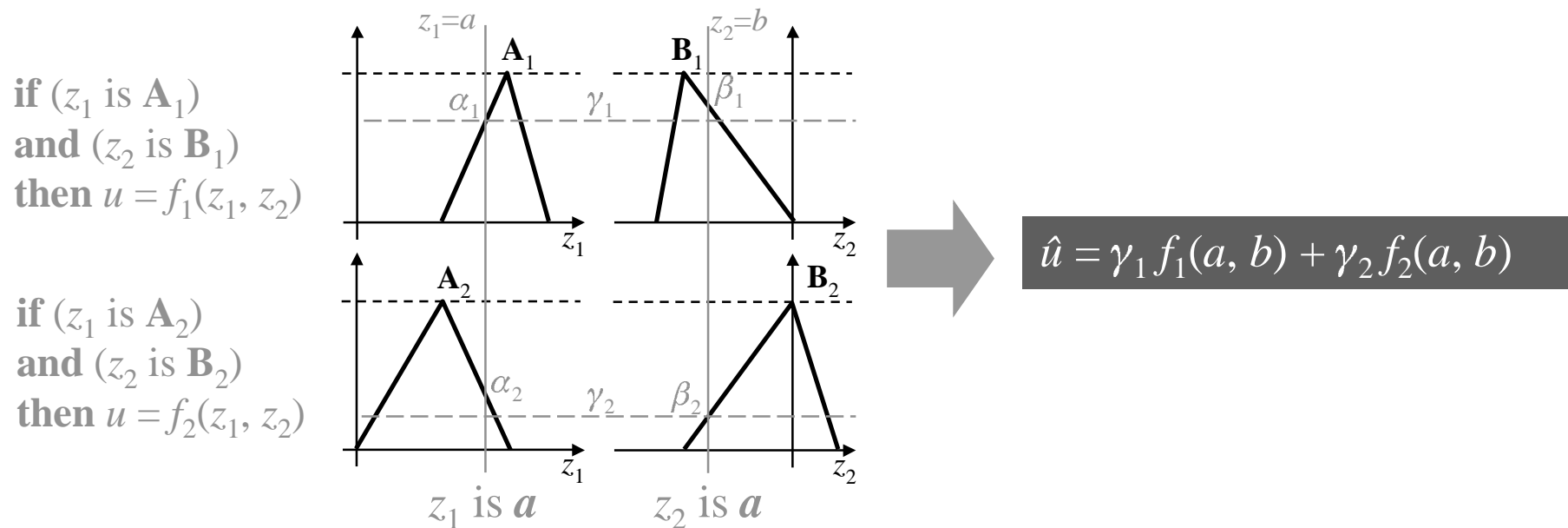
- Una base di regole sfumate



- le premesse vengono intersecate con le osservazioni
- i *degrees of fulfillment* γ vengono propagati ai conseguenti
- si calcola l'unione delle conseguenze

Sistema di Sugeno

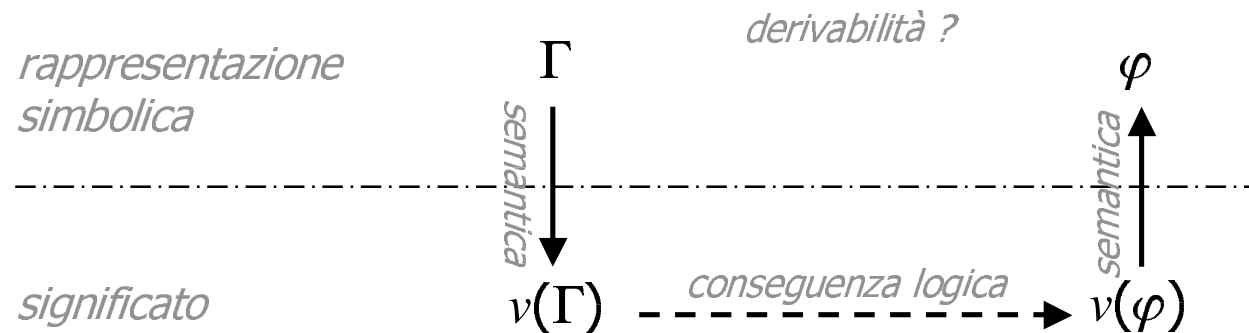
- Una base di regole sfumate



- il calcolo dei *degrees of fulfillment* γ è identico al caso precedente
- ma l'unione dei γ è calcolata in modo diverso

Sistemi logici sfumati

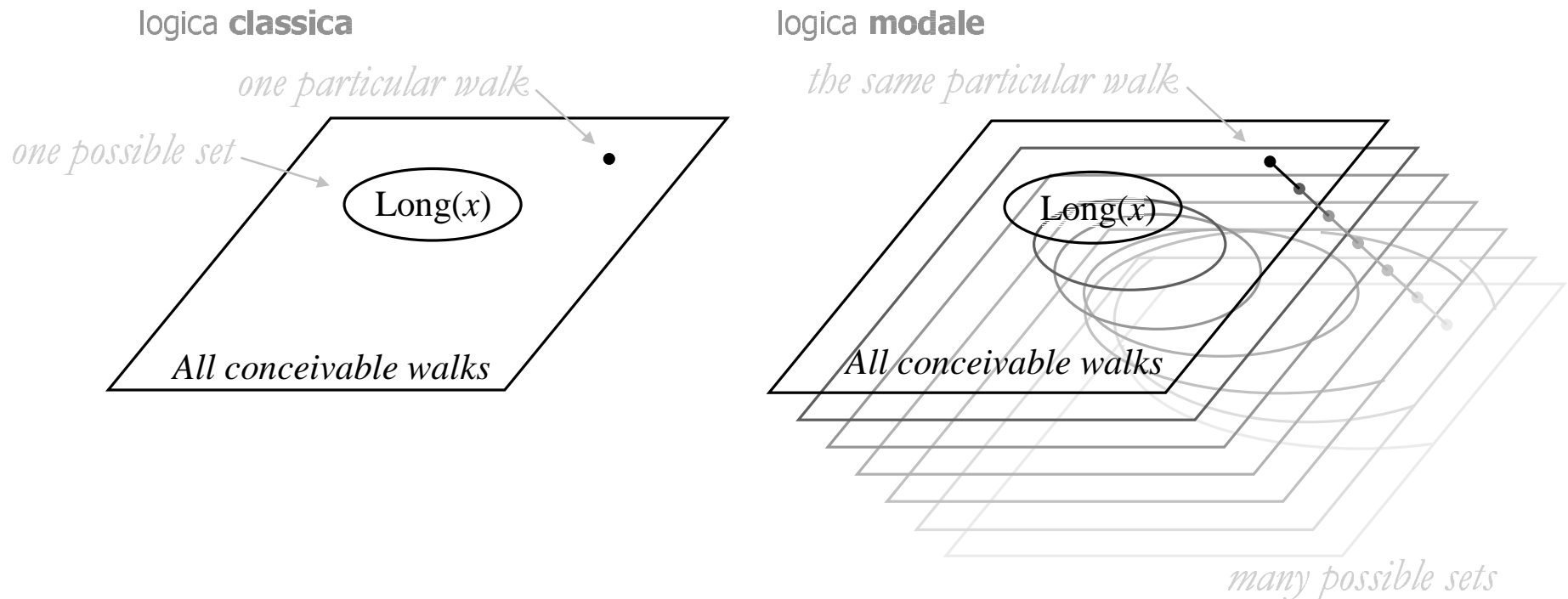
- Sono sistemi *molto diversi* dalla logica **classica**



- Infatti:
 - il linguaggio formale perde completamente rilevanza
 - tuttavia rimane il concetto di *simbolo* (long, short, medium) ...
 - il calcolo inferenziale si effettua per via semantica
 - il livello di generalità è scarsissimo
 - si tratta di fatto di sistemi 'ad hoc'
 - una logica per ogni problema
 - però i sistemi funzionano ...

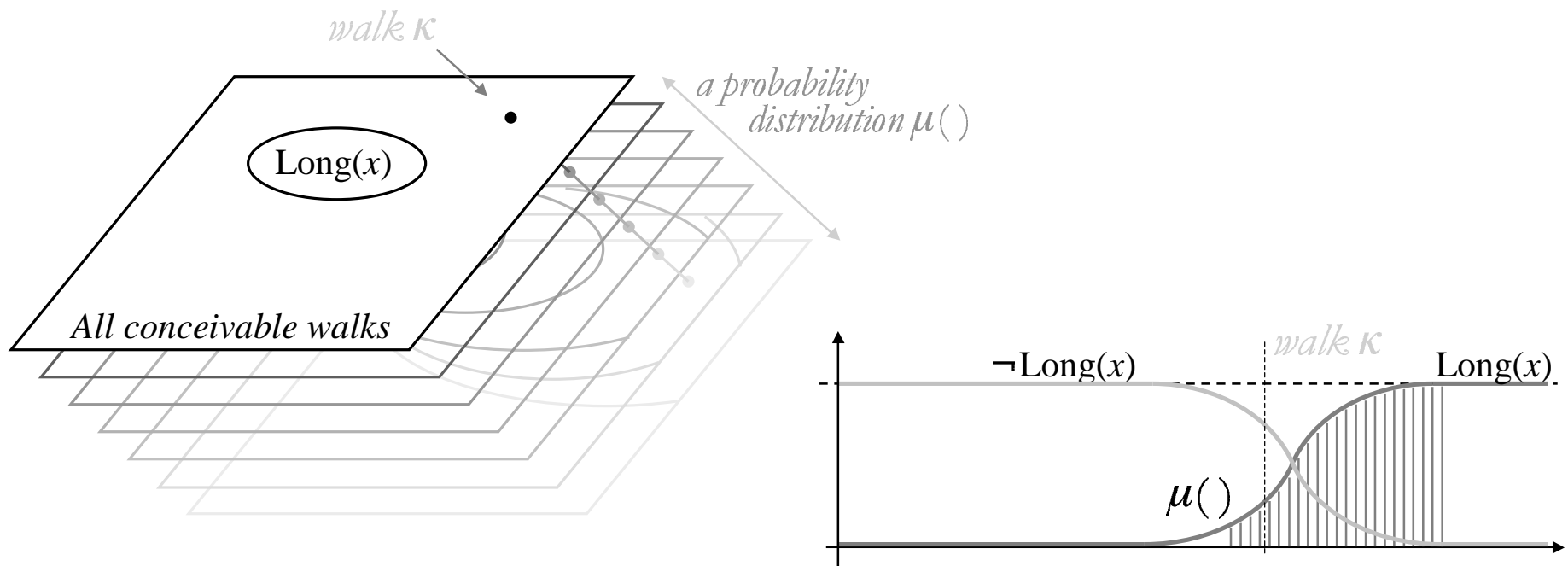
Un'ipotesi esplicativa

- La logica sfumata potrebbe essere un incontro tra:
 - logica modale
 - probabilità



Un'ipotesi esplicativa (2)

- La probabilità misura l'appropriatezza delle descrizioni
 - dal punto di vista del soggetto che ne fa uso



$$\chi_{\text{Long}}(m) = \mu(\text{Long}(x) \wedge (\text{length}(x) = m))$$

Riferimenti

- Il programma dimostrativo dei *fuzzy inference systems* si trova al sito:
http://ai.iit.nrc.ca/IR_public/fuzzy/fuzzyJToolkit.html
- Il sistema si integra anche con Jess