

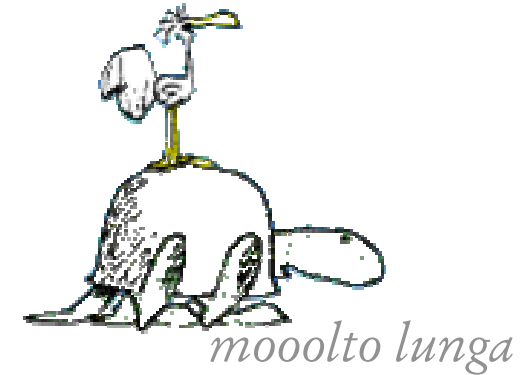
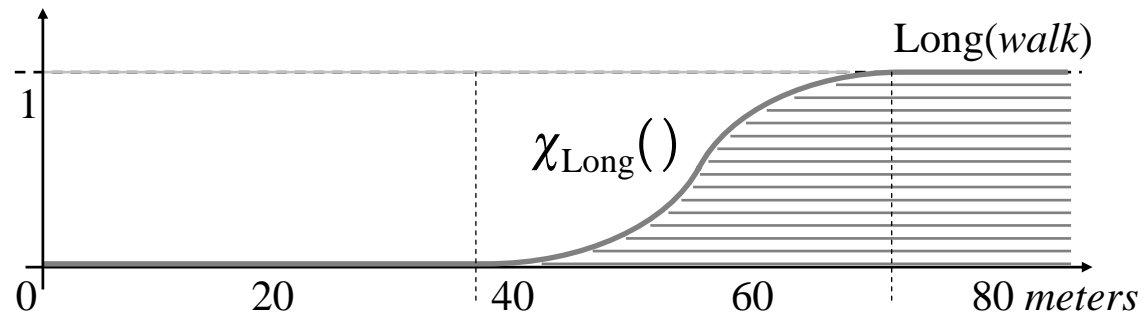
# Intelligenza Artificiale

## Breve introduzione alla logiche sfumate (fuzzy logics)

Marco Piastra

# Insiemi sfumati

- “E la tartaruga fece una lunga camminata ...”
  - ma quant'è lunga, una lunga camminata ...
    - per una tartaruga?



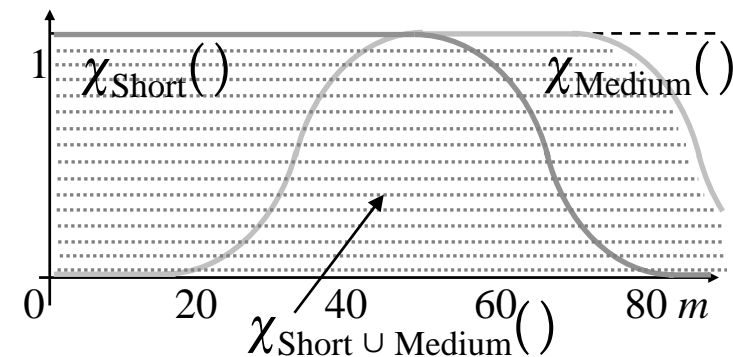
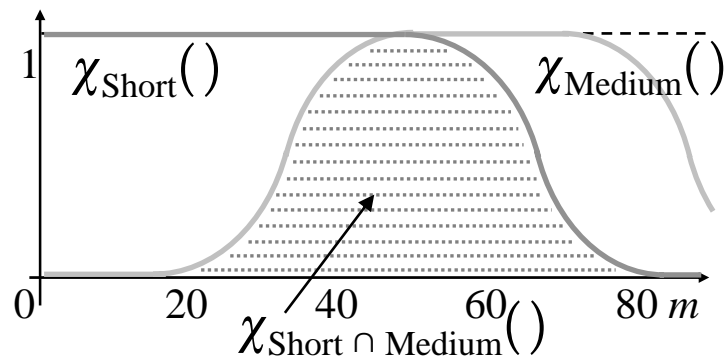
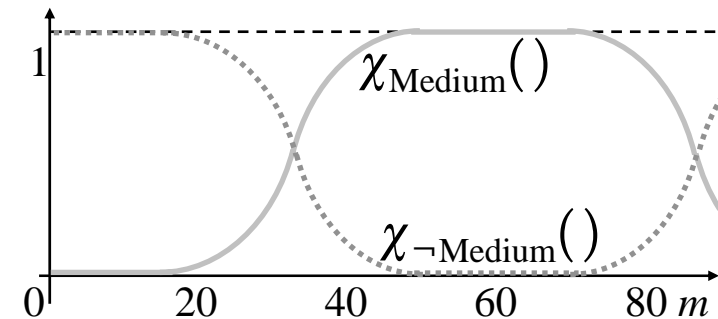
- La funzione caratteristica  $\chi$  di un insieme non sfumato è del tipo:
 
$$\chi : U \rightarrow \{0, 1\}$$
- La funzione caratteristica  $\chi$  di un insieme *sfumato* (*fuzzy set*) è del tipo:
 
$$\chi : U \rightarrow [0, 1] \quad (\text{tutto l'intervallo, non solo i valori estremi})$$

# Operatori insiemistici

- Complemento, intersezione, unione
  - sono definiti per analogia con gli operatori non sfumati

- Alcune scelte comuni

- complemento:  $\chi_{\neg A}() = 1 - \chi_A()$
- intersezione:  $\chi_{A \cap B}() = \min(\chi_A(), \chi_B())$
- unione:  $\chi_{A \cup B}() = \max(\chi_A(), \chi_B())$



# Requisiti per gli operatori insiemistici

- La scelta degli operatori insiemistici per gli insiemi sfumati non è affatto ovvia
- Si possono identificare dei requisiti:
  - norme e co-norme triangolari

*intersezione*  
AND

**T-norm** (Dubois & Prade)

*boundary:*  $T(0,0) = 0; T(1,a) = a$   
*monotonicity:*  $a \geq c; b \geq d \Rightarrow T(a,b) \geq T(c,d)$   
*commutativity:*  $T(a,b) = T(b,a)$   
*associativity:*  $T(a,T(b,c)) = T(T(a,b),c)$

*unione*  
OR

**T-conorm** (Dubois & Prade)

*boundary:*  $S(1,1) = 1; S(0,a) = a$   
*monotonicity:*  $a \geq c; b \geq d \Rightarrow S(a,b) \geq S(c,d)$   
*commutativity:*  $S(a,b) = S(b,a)$   
*associativity:*  $S(a,S(b,c)) = S(S(a,b),c)$

# Scelta degli operatori insiemistici

- Esistono infinite norme e co-norme triangolari
- Esempi:

*intersezione*  
AND

## T-norm

*Minimum:*  $\min(a, b)$

*Algebraic product:*  $ab$

*Bounded product:*  $\max(a + b - 1, 0)$

*unione*  
OR

## T-conorm

*Maximum:*  $\max(a, b)$

*Algebraic sum:*  $a + b - ab$

*Bounded sum:*  $\max(a + b, 1)$

Qual'è la scelta giusta per la passeggiata della tartaruga?

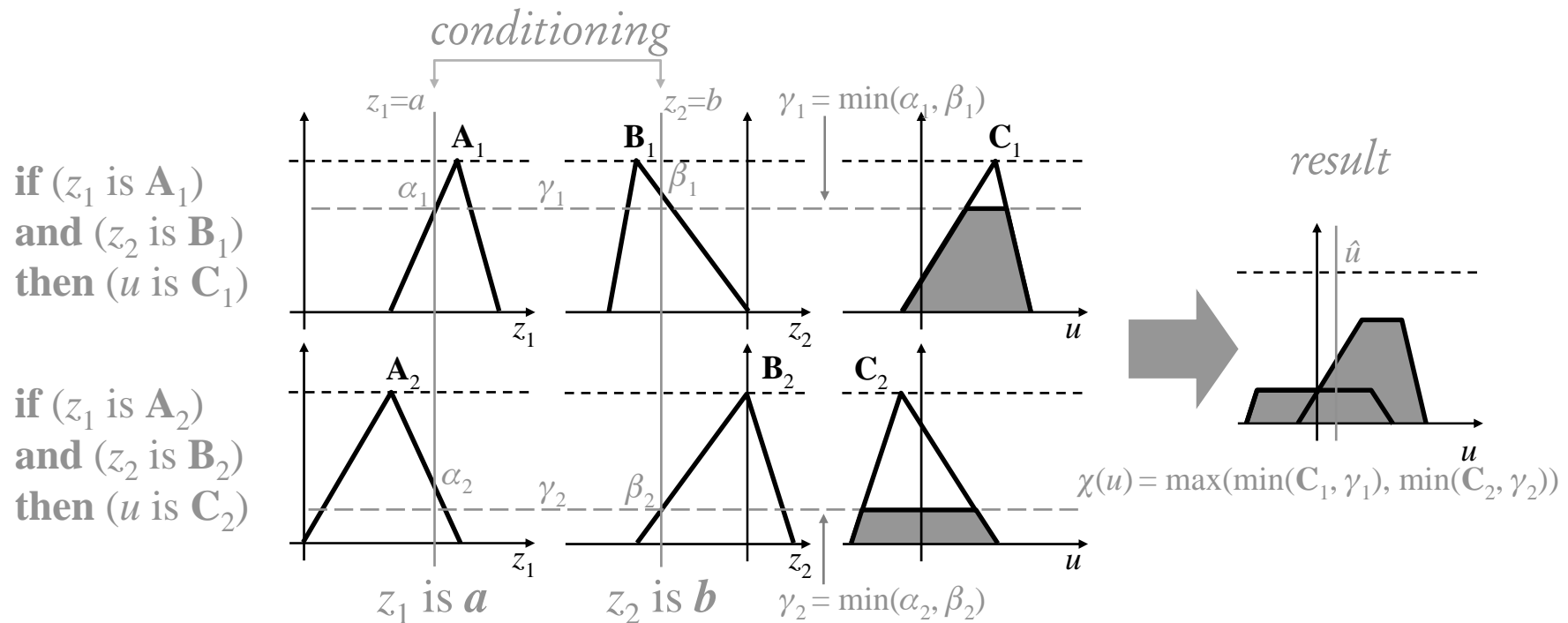
$\text{Long}(\text{walk}) \vee (\text{Medium}(\text{walk}) \wedge \text{Flat}(\text{walk}))$

# Sistemi inferenziali sfumati

- La risposta (o forse la domanda) relativa alla scelta degli operatori insiemistici può essere meglio inquadrata considerando i sistemi inferenziali sfumati
  - (*fuzzy inference systems*)
- Sono sistemi a regole
  - in cui si usa una rappresentazione tramite insiemi sfumati
  - per le *premesse* e le *conseguenze*
- Molto usati nei sistemi di controllo automatico

# Sistema di Mamdani

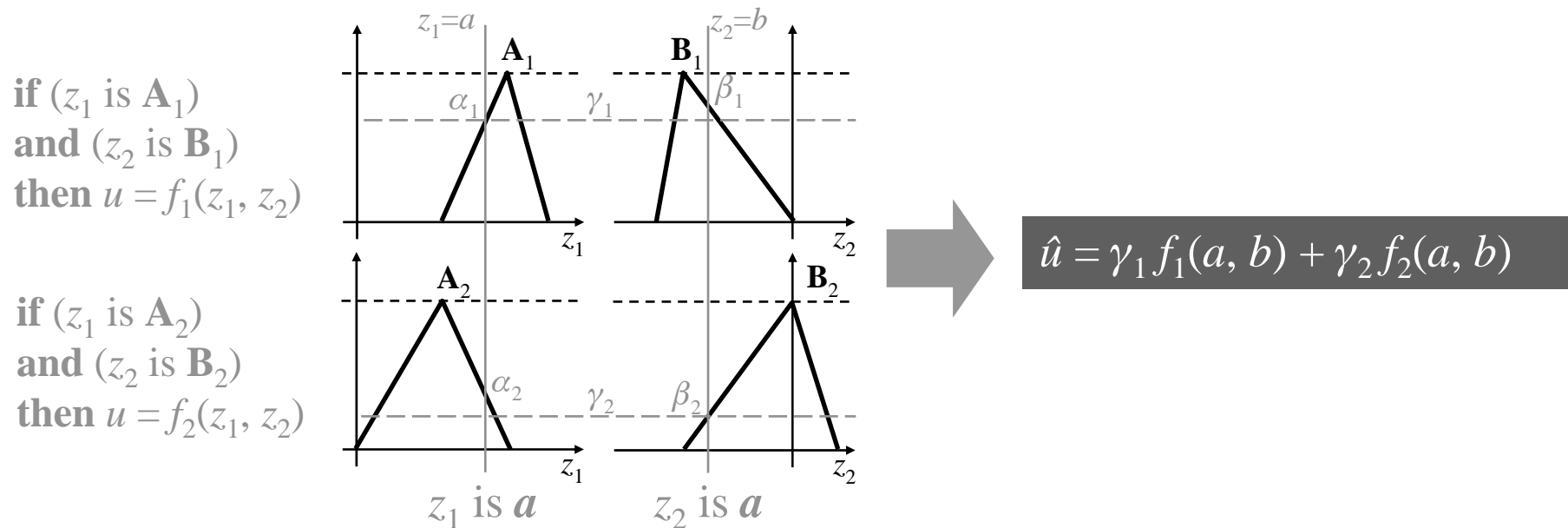
- Una base di regole sfumate



- le premesse vengono intersecate con le osservazioni
- i *degrees of fulfillment*  $\gamma$  vengono propagati ai conseguenti
- si calcola l'unione delle conseguenze

# Sistema di Sugeno

- Una base di regole sfumate

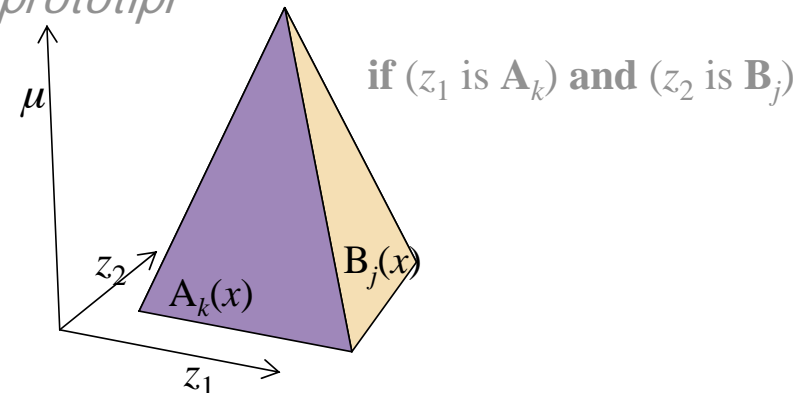
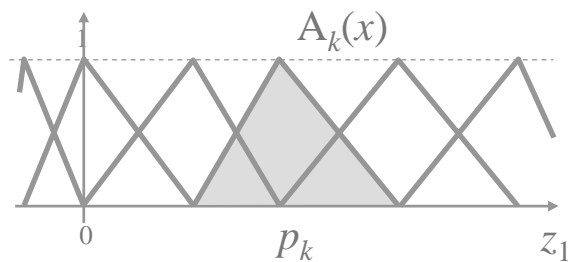


- il calcolo dei *degrees of fulfillment*  $\gamma$  è identico al caso precedente
- ma l'unione dei  $\gamma$  è calcolata in modo diverso

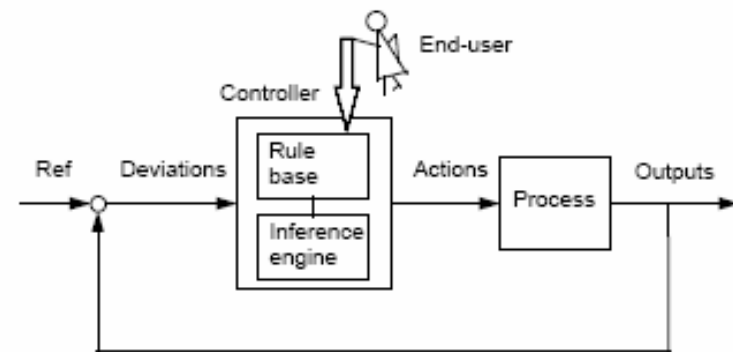
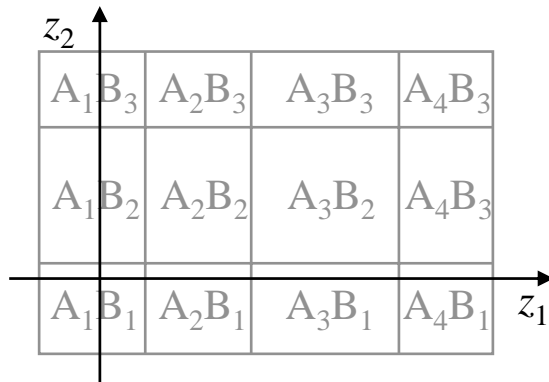


# Progetto di sistemi inferenziali sfumati

- Partizionamento del dominio delle variabili di input
  - l'ambito di interesse viene suddiviso in insiemi sfumati
  - ad esempio, usando punti noti come *prototipi*

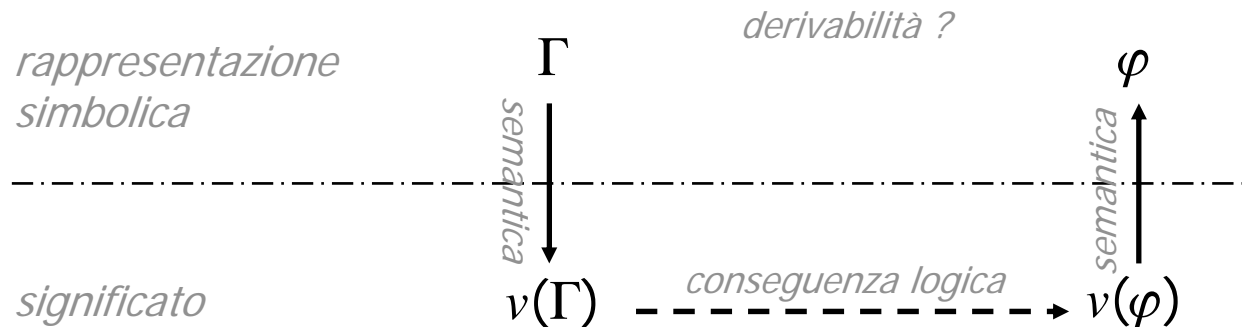


- Per ciascuna area, si definisce una regola di inferenza



# Sistemi logici sfumati

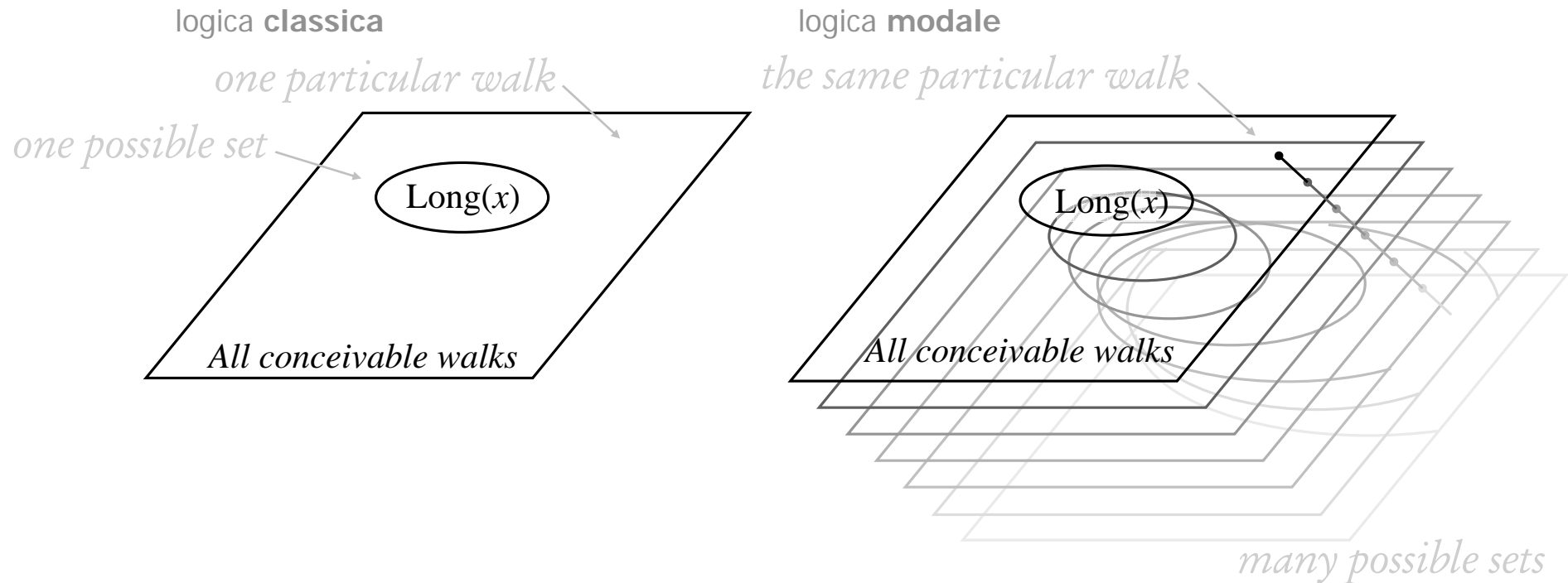
- Sono sistemi *molto diversi* dalla logica **classica**



- Infatti:
  - il linguaggio formale perde completamente rilevanza
    - tuttavia rimane il concetto di *simbolo* (long, short, medium) ...
  - il calcolo inferenziale si effettua per via semantica
  - il livello di generalità è scarsissimo
    - si tratta di fatto di sistemi 'ad hoc'
    - una logica per ogni problema
  - però i sistemi funzionano ...

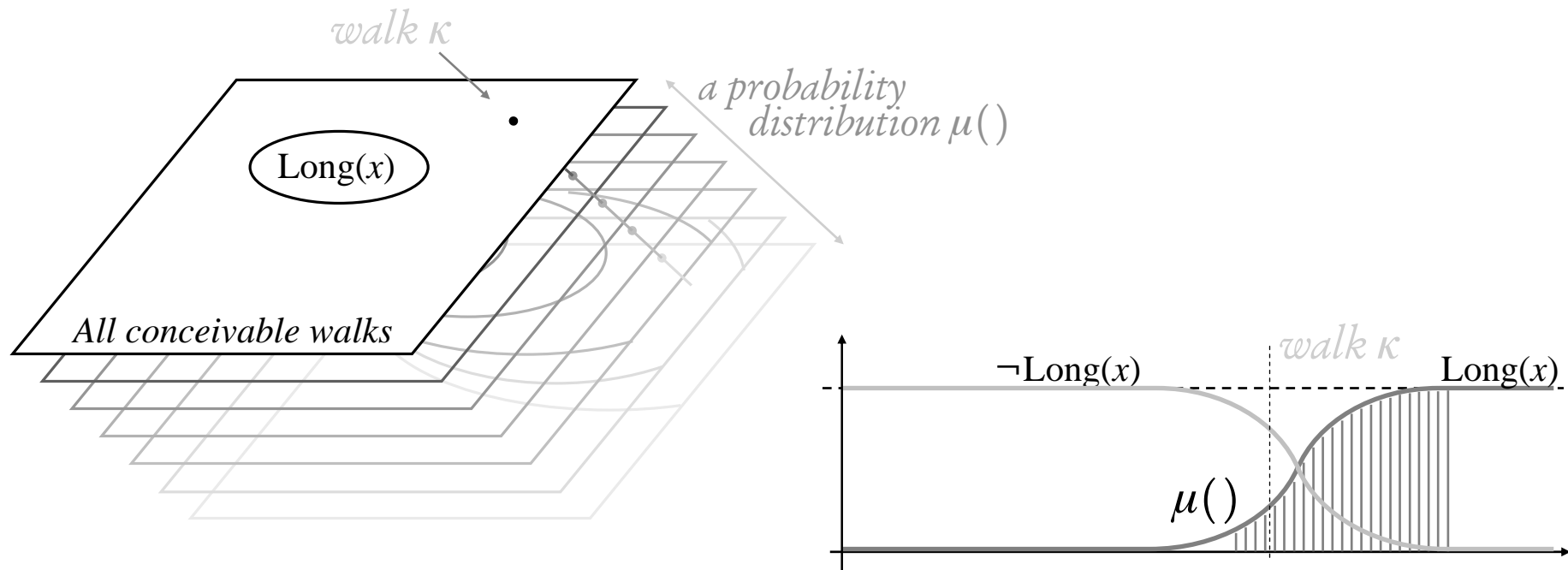
# Un'ipotesi esplicativa

- La logica sfumata potrebbe essere un incontro tra:
  - logica modale
  - probabilità



## Un'ipotesi esplicativa (2)

- La probabilità misura l'appropriatezza delle descrizioni
  - dal punto di vista del soggetto che ne fa uso



$$\chi_{\text{Long}}(m) = \mu(\text{Long}(x) \wedge (\text{length}(x) = m))$$

# Riferimenti

- Il programma dimostrativo dei *fuzzy inference systems* si trova al sito:  
[http://ai.iit.nrc.ca/IR\\_public/fuzzy/fuzzyJToolkit.html](http://ai.iit.nrc.ca/IR_public/fuzzy/fuzzyJToolkit.html)
- Il sistema si integra anche con Jess