



Computer Vision  
& Multimedia Lab

## La crittografia

- ◆ **Motivazioni**
- ◆ **Obiettivi**
- ◆ **Terminologia**
- ◆ **Storia**
- ◆ **Steganografia**





- Sparta (Plutarco) scytala
- Cifrario di Cesare (Svetonio)
- Medioevo in Oriente
- Rinascimento in Italia
  - Cicco Simonetta (Sforza) → Primo trattato di decrittazione
  - Serenissima (sala dei segreti)
  - Roma (disco di Leon Battista Alberti) - De cifris
- XVII - XVIII secolo (Vienna, le camere nere)



- **Ottocento: Kasiski, Kerckhoffs e Babbage**
  - Francia
- **La seconda guerra mondiale**
  - Codice Enigma (Tedesco)
  - A. M. Turing
- **Inizio della crittografia moderna (1949): Claude Shannon pubblica Communication Theory of Secrecy Systems su Bell System Technical Journal**
- **Teoria dell'informazione e informatica**
- **Reti, algoritmi a chiave segreta e pubblica**



- **Le ipotesi fondamentali della crittanalisi sono due:**
  - Eventuali attaccanti hanno una perfetta conoscenza dell'algoritmo utilizzato per cifrare il messaggio e di tutti i dettagli della sua realizzazione.
  - Eventuali attaccanti hanno completo accesso al canale di comunicazione e possono pertanto intercettare, interrompere, creare o modificare qualsiasi flusso di dati.
- **I possibili attacchi vengono suddivisi nelle classi:**
  - Ciphertext-only attack
  - Known-plaintext attack
  - Chosen-plaintext attack



- **Si vuole garantire:**
  - **Confidenzialità:** le informazioni sono accessibili solo da persone autorizzate
  - **Autenticazione:** l'identità dell'interlocutore è garantita
  - **Integrità:** garanzia della non alterazione dell'informazione
  - **Non ripudiabilità:** garanzia che nessun soggetto della comunicazione possa disconoscere di esserne l'autore



- L'algoritmo di cifratura è generalmente noto (principio di Kerckhoffs)
- Nessun sistema è assolutamente sicuro
- Si deve rendere praticamente irrealizzabile l'attacco
  - Sistemi teoricamente sicuri (es. one-time pad) non praticabile come soluzione
  - Sistemi computazionalmente sicuri: è antieconomico tentare di aggirare le protezioni



- Il valore delle informazioni contenute nei messaggi cifrati non deve mai superare i costi stimati per violare l'algoritmo utilizzato
- Il periodo temporale durante il quale le informazioni cifrate devono essere mantenute confidenziali non deve superare il tempo stimato necessario per violare l'algoritmo



- **Criptologia**
  - scienza che studia i messaggi segreti
- **Crittografia (κρυπτογραφία): studio dei metodi per rendere un messaggio non intelleggibile a chiunque non sia il legittimo destinatario**
  - Lo scopo **NON** è quello di nascondere un messaggio o di dissimularlo (steganografia)
- **Crittanalisi: studio dei metodi per violare il segreto di un messaggio cifrato**
  - Testo in chiaro vs. testo cifrato
  - Crittografo vs. crittanalista
  - Cifratura vs. decifratura oppure decrittazione



- Lo scopo è nascondere l'esistenza del messaggio
- Marcatura di caratteri: marcare caratteri con inchiostro speciale su un testo scritto o stampato su carta
- Inchiostro invisibile
- Perforazioni invisibili su carta

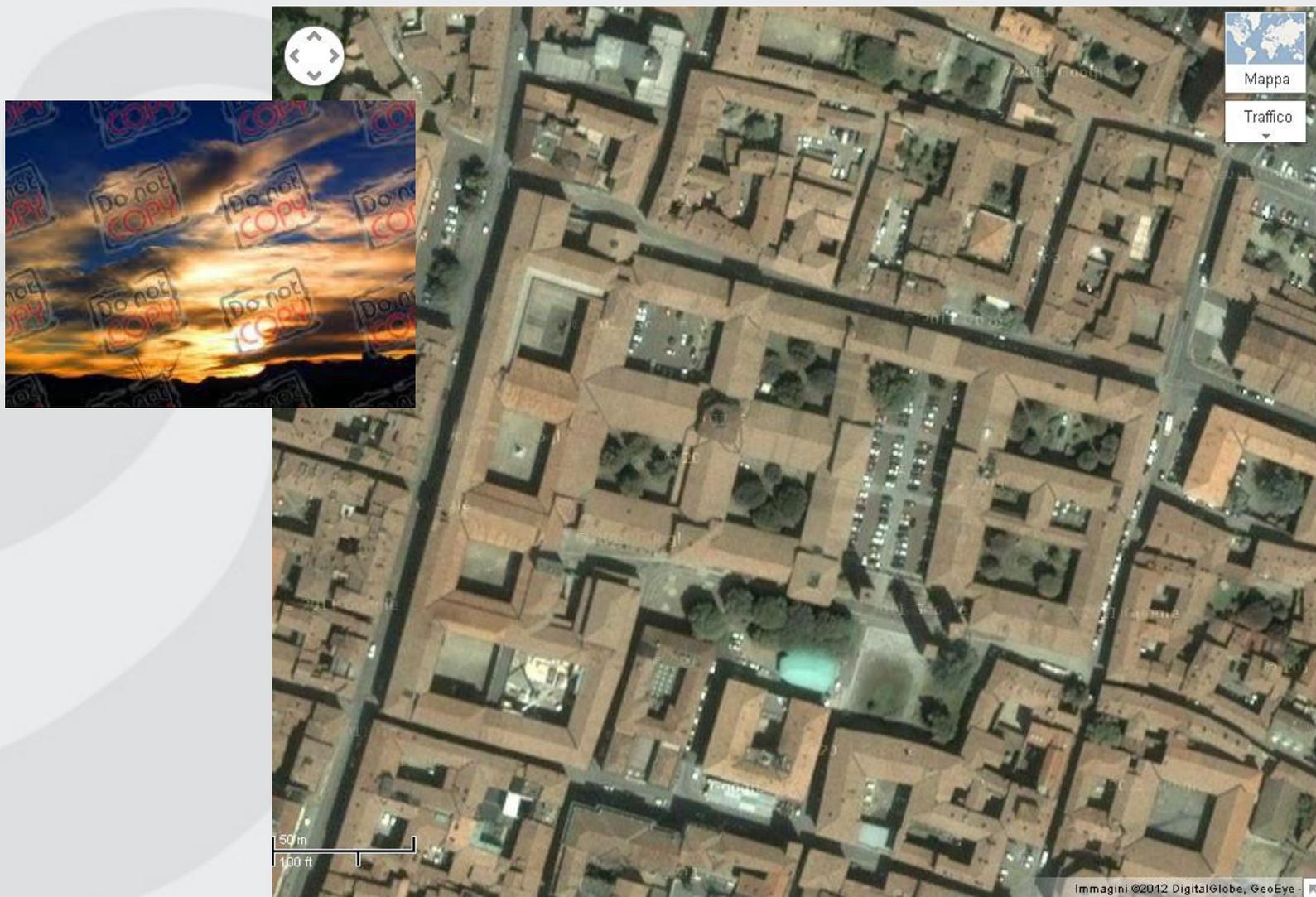


- Il formato Kodak Photo CD alla massima risoluzione visualizza 2048 X 3072 pixel a 24 bit.
  - Modificando a piacere il bit meno significativo posso nascondere 2.3 Mbyte di messaggio in una sola immagine
  - L'immagine però occupa 18Mbyte



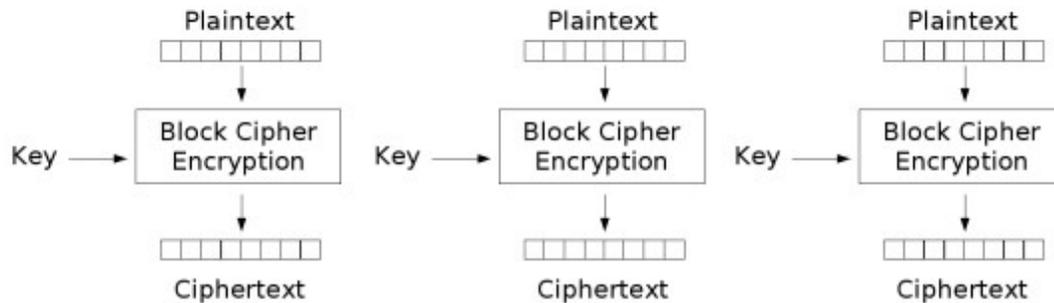


- **Svantaggi:**
  - richiede molti dati per nascondere pochi bit di informazione
  - una volta scoperto il meccanismo, è da buttare
  - può essere sfruttato se le due parti che comunicano devono nascondere la loro connessione, piuttosto che il messaggio stesso
  - applicazione nel copyright
  - watermarking nelle immagini

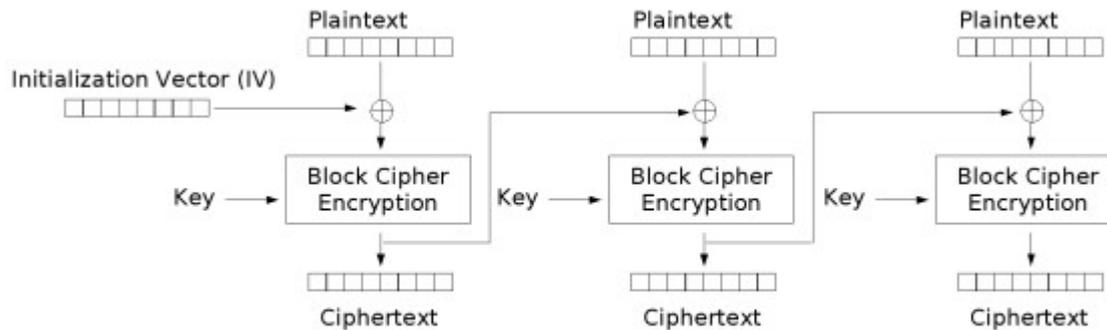




- **I sistemi crittografici sono generalmente classificati in base a tre criteri:**
  - **il tipo di operazioni per passare da testo in chiaro a testo cifrato (sostituzioni, trasposizioni, ecc.)**
  - **Il numero di chiavi usate (le funzioni di cifratura e di decifratura utilizzano una o più chiavi  $K$  per produrre il risultato).**
    - Algoritmi simmetrici o asimmetrici.
  - **Il modo in cui si elabora il testo in chiaro: a blocchi o a stream (sw, hw o real-time)**



Electronic Codebook (ECB) mode encryption



Cipher Block Chaining (CBC) mode encryption



- Si distinguono due campi della crittografia: crittografia convenzionale e a chiave asimmetrica
- Utilizzando una notazione matematica ed indicando con  $M$  il testo in chiaro, con  $C$  il testo cifrato, con  $E( )$  la funzione di cifratura e con  $D( )$  quella di decifratura, un sistema convenzionale basato su una sola chiave  $k$  può essere descritto dalle equazioni:
  - $E_k(M) = C$
  - $D_k(C) = M$
- Con la proprietà che:
  - $D_k(E_k(M)) = M$
- Si suppone che un crittanalista conosca  $E$  e  $D$ , e cerchi di stimare  $M$ ,  $K$  o entrambe.



Testo in chiaro

Testo cifrato

Testo in chiaro



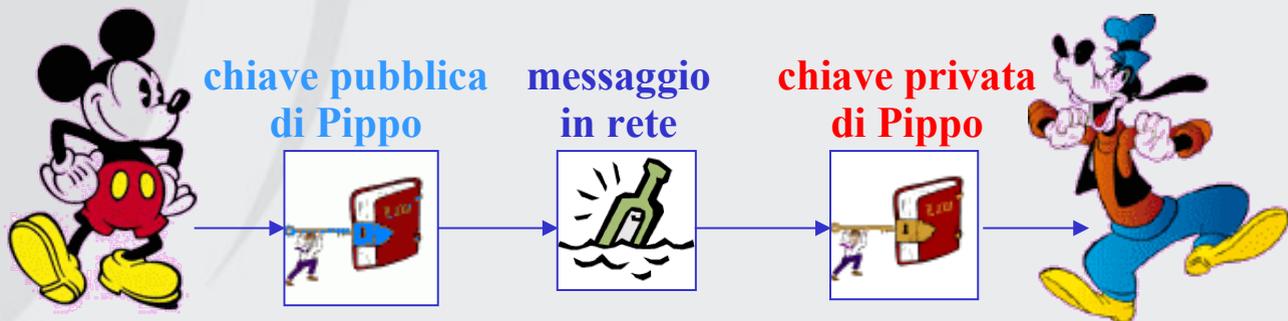
**Pippo e Topolino  
condividono  
la stessa chiave**



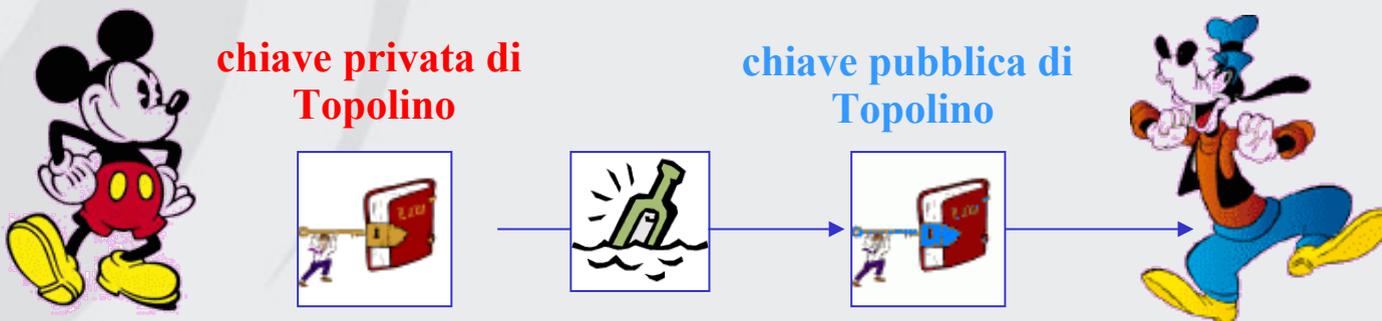
**Problema: come condividere la chiave**

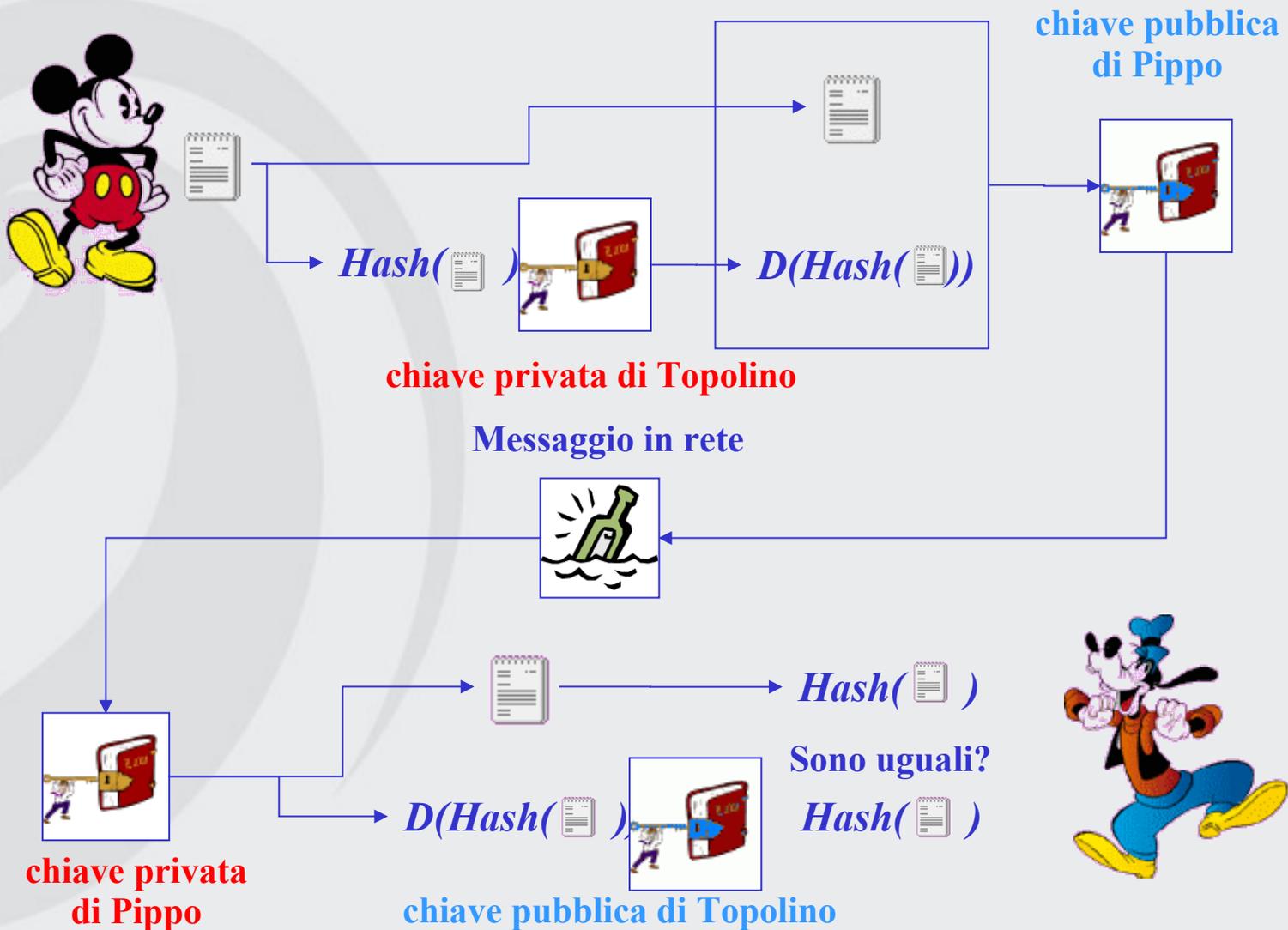


- Topolino vuole mandare un messaggio segreto a Pippo
  - Topolino usa la chiave pubblica di Pippo per cifrare il messaggio
  - Solo Pippo è in grado di decodificare il messaggio
  - Pippo tuttavia non può essere sicuro dell'identità di Topolino



- Topolino vuole mandare un messaggio firmato a Pippo
  - Topolino usa la sua chiave privata per cifrare il messaggio
  - Pippo è in grado di decodificare il messaggio usando la chiave pubblica di Topolino
  - Solo Topolino poteva inviare quel messaggio
  - Il messaggio però non è segreto tutti lo possono leggere







- Dato un messaggio di lunghezza arbitraria produce una stringa di lunghezza predefinita
- Data una stringa hash è difficile trovare un messaggio compatibile
- Funzioni hash comuni:
  - MD5 (Message Digest Rivest 1992) 128 bit
  - SHA1 (Secure Hash Algorithm NIST 1995) 160 bit
    - Sha256 256 bit
    - Sha512 512 bit



```
$ md5sum <<< ciao  
5f423b7772a80f77438407c8b78ff305 *-
```

```
$ md5sum <<< Ciao  
Bba5159eba60f759a28b36834acf656c *-
```

```
$ sha1sum <<< ciao  
953ed62a3246f2dbd96cdbfc0ec0d92b5cb2f5a8 *-
```

```
$ sha256sum <<< ciao  
6f0378f21a495f5c13247317d158e9d51da45a5bf68fc2f366e450deafdc8302 *-
```

```
$ sha512sum <<< ciao  
d380e3a08107af3a45bbe2539d9cc8d05a3eaf4a82a91bcc46bf8ca33fb72d37c2ec89893da  
7ba76d9f2794155896760a23d5fe937de2e7a8cda52d0b8a0d62e *-
```

# Problema: *uomo nel mezzo*





- **Cifrari a sostituzione:** una lettera del testo in chiaro è sostituita da una o più lettere o numeri o simboli.
- **Se il testo in chiaro è visto come una sequenza di bit, allora ciò implica la sostituzione di blocchi di bit (pattern) in chiaro con pattern di bit cifrati.**
- **Esempio storico: il cifrario di Cesare**

- chiaro:

**incontriamoci alle sette**

- ogni lettera è sostituita dalla lettera di tre posti successivi nell'alfabeto:

**LQFRQWULDPRFLDOOHVHWWH**



- Assumendo un valore numerico a ogni lettera, per ogni lettera del testo in chiaro  $p$  si sostituisce la lettera cifrata  $C$  tale che
  - $C = E(p) = (p + 3) \bmod 26$
  - $C = E(p) = (p + k) \bmod 26$   $k$  assume valori da 1 a 25
  - La decifrazione è  $p = D(C) = (C - k) \bmod 26$
- Possibile crittanalisi di tipo brute - force
  - gli algoritmi di  $E$  e  $D$  sono noti
  - la chiave  $k$  assume un numero di valori limitato
  - il linguaggio del testo in chiaro è noto



- Per aumentare lo spazio delle chiavi si esegue una sostituzione arbitraria

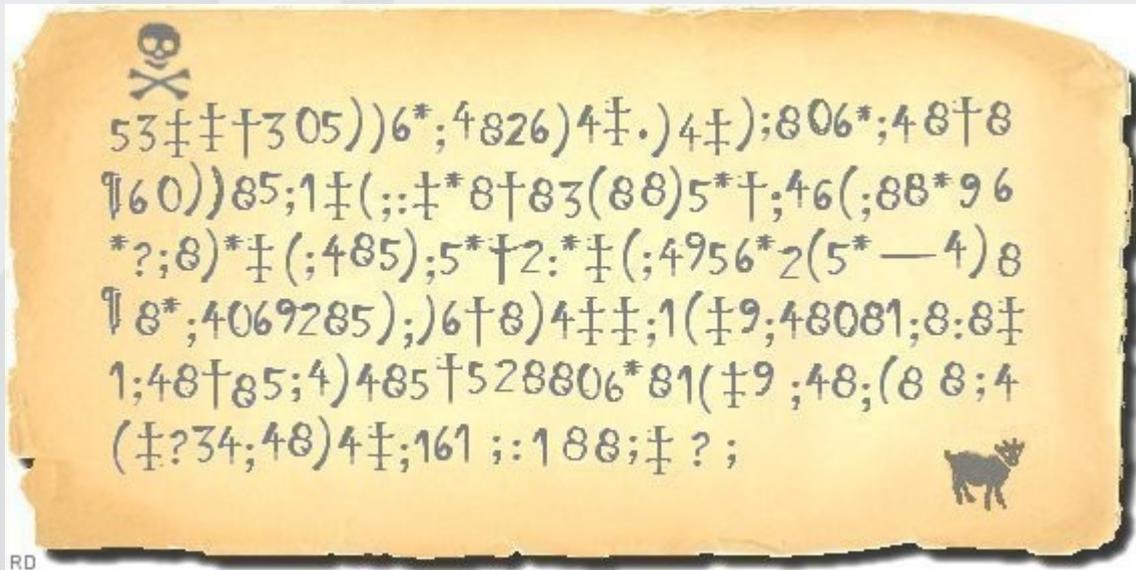
a b c d e f g h i l m n o p q r s t u v w x y z  
 h k l p o u t r e d f s w q a z c v b n m . . . . .

- In questo caso il testo cifrato può essere ottenuto a una qualunque delle permutazioni di 26 caratteri, ovvero  $26! = 4 \times 10^{26}$  possibili chiavi.
- Non è ancora abbastanza sicuro perché si sfrutta la regolarità del linguaggio naturale

E 12.75	S 6.00	P 2.75	K 0.50
T 9.25	D 4.25	Y 2.75	X 0.50
R 8.50	H 3.50	G 2.00	Q 0.50
N 7.75	C 3.50	L 3.75	J 0.25
I 7.75	F 3.00	W 1.50	Z 0.25
O 7.50	U 3.00	V 1.50	
A 7.25	M 2.75	B 1.25	



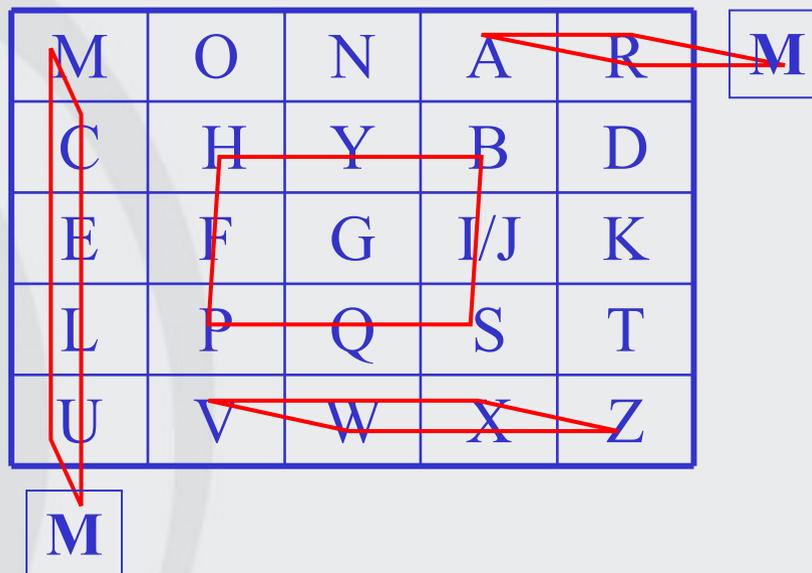
- Vedi Scarabeo d'oro - Poe



RD



- Da una parola chiave si crea una matrice del tipo



Le doppie nel testo in chiaro sono separate da una lettera “filler”

cc → CZC

bp → HS

vx → WZ; ar → RM; mu → CM (righe e colonne si considerano periodiche)



- **Partono da un insieme di cifrari monoalfabetici.**
  - Una chiave determina quale cifrario usare
- **Esempio: cifrario di Vigenère**
  - Si tratta di una tabella di 26 cifrari di Cesare
  - Data una lettera chiave  $x$  e una lettera in chiaro  $y$ , la lettera cifrata corrispondente è quella corrispondente all'intersezione tra  $x$  e  $y$



- Devo avere una chiave lunga quanto il testo da cifrare (soluzione: ripetizione)

chiave:	paviapaviapavia
testo chiaro:	dalledueallete
testo cifrato:	sagtesuzilaeoze

A:	ABCDEF <sup>1</sup> GHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ
B:	BCDEF <sup>2</sup> GHIJKLMNOPQRSTUVWXYZA
C:	CDEF <sup>3</sup> GHIJKLMNOPQRSTUVWXYZAB
...	
I:	IJKLMNOPQRST <sup>9</sup> TUVWXYZABCDEFGHI
...	
P:	PQRSTU <sup>16</sup> VWXYZABCDEFGHIJKLMNO
...	
V:	VWXYZABCDEF <sup>22</sup> GHIJKLMNOPQRSTU



- I cifrari a trasposizione non effettuano sostituzioni, ma una permutazione delle lettere del testo in chiaro (implementazione: macchine a rotori)

```
chiave:      4 3 1 2 5 6 7
chiaro:      a t t a c k p
              o s t p o n e
              d u n t i l t
              w o a m x y z
cifrato:     ttnaaptmtsuoawcoixknlypetz
```



## One-time pad, Gilbert Vernam, 1917

$$C = M \oplus K$$

0 1 1 0 1 0 0 1 0 1 1 1	messaggio
1 0 1 0 0 0 1 1 1 0 1 0	chiave (sequenza di bit casuale)
<hr/>	
1 1 0 0 1 0 1 0 1 1 0 1	testo cifrato



M e C sono indipendenti (il testo cifrato non dà alcuna informazione utile sul messaggio)



Messaggio e chiave hanno la stessa lunghezza  
La chiave si può usare una sola volta



- Si pensi ad un cifrario polialfabetico con chiave lunga come il testo:
  - Testo criptato: `wg ubsokwebalk a swqiu`
  - Possibile testo: `ci incontriamo a Pavia`
  - Possibile testo: `li incontriamo a Crema`
- Qualunque testo della stessa lunghezza è lecito



- adottato nel 1977 come standar dal NIST (National Institute of Standards and Technology)
- utilizza una chiave simmetrica di 56 bit
- codifica blocchi di 64 bit
- **Attacco brute-force**
  - Un'operazione di cifratura DES per  $\mu\text{s}$ :  $2^{55} \mu\text{s} = 1142$  anni
  - $10^6$  operazioni di cifratura DES per  $\mu\text{s}$  10.01 h
- oggi è considerato obsoleto



Dimensione della chiave in bit	Numero di possibili chiavi	Tempo necessario	
		1 decifrazione/ $\mu$ s	$10^6$ decifrazioni/ $\mu$ s
32	$4.3 \times 10^9$	36 minuti	2.1 ms
56	$7.2 \times 10^{16}$	1142 anni	10 ore
128	$3.4 \times 10^{38}$	$5.4 \times 10^{24}$ anni	$5.4 \times 10^{18}$ anni
168	$3.7 \times 10^{50}$	$5.9 \times 10^{36}$ anni	$5.9 \times 10^{30}$ anni

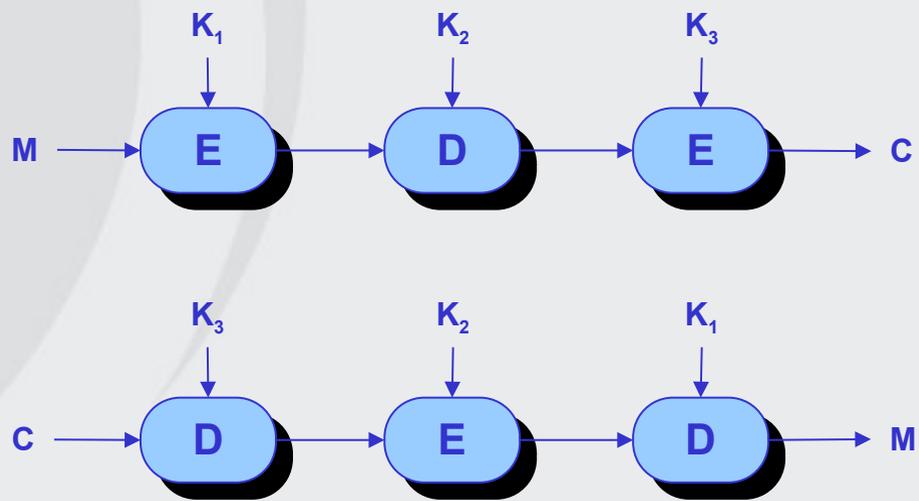
$$T_{\text{medio}} = \frac{1}{2} 2^{\text{nbit}} / \text{decifrazione\_per\_secondo}$$



- Si usano tre chiavi e tre esecuzione dell'algoritmo DES (cifratura-decifratura-cifratura)

$$- C = E_{K_3}(D_{K_2}(E_{K_1}(M)))$$

- $E_K(X)$  = cifratura di X con la chiave K
- $D_K(Y)$  = decifratura di Y con la chiave K
- **Lunghezza effettiva della chiave: 168 bit**





- L'algoritmo RSA prende il nome dai tre inventori: Ron Rivest, Adi Shamir, Len Adleman (MIT)
- La chiavi sono due coppie  $(D, N)$  e  $(E, N)$  dove  $N$  è il prodotto di due numeri primi  $p$  e  $q$  con
  - $ED \bmod (p-1)(q-1) = 1$
  - $C = m^E \bmod N$
  - $D = C^D \bmod N = m = m^{ED} \bmod N$
- La conoscenza dell'algoritmo, di una delle chiavi e di esempi di testo cifrato non è sufficiente per determinare l'altra chiave
  - Noti  $N$  e  $D$  è computazionalmente difficile ricavare  $E$
  - Si sfrutta la funzione di Eulero  $\Phi(N)$  (numero di interi positivi minori di  $N$  e primi rispetto a  $N$ ,  $\Phi(N) = (p-1)(q-1)$ )



$$m = (m^e \bmod n)^d \bmod n$$

Dalla teoria dei numeri:

se  $p, q$  sono primi allora

$$x^y \bmod n = x^{y \bmod (p-1)(q-1)} \bmod n$$

---


$$\begin{aligned} (m^e \bmod n)^d &= m^{ed} \bmod n \\ &= m^{(ed \bmod (p-1)(q-1))} \bmod n \\ &= m^{(1)} \bmod n \\ &= m \end{aligned}$$

Si noti che i numeri  $e$  e  $d$  possono essere scambiati per cui le funzioni di codifica e decodifica possono essere applicate in qualsiasi ordine

$$M = C(D(M)) = D(C(M))$$



- **Testo in chiaro:  $M < n$** 
  - $p=7, q=17, e=5, d=77, n=119, M=19$
- **Testo cifrato:  $C=M^e \% n$** 
  - $19^5 \% 119 = 2476099 \% 119 = 66$
- **Testo in chiaro:  $M=C^d \% n$** 
  - $66^{77} \% 119 = 19$



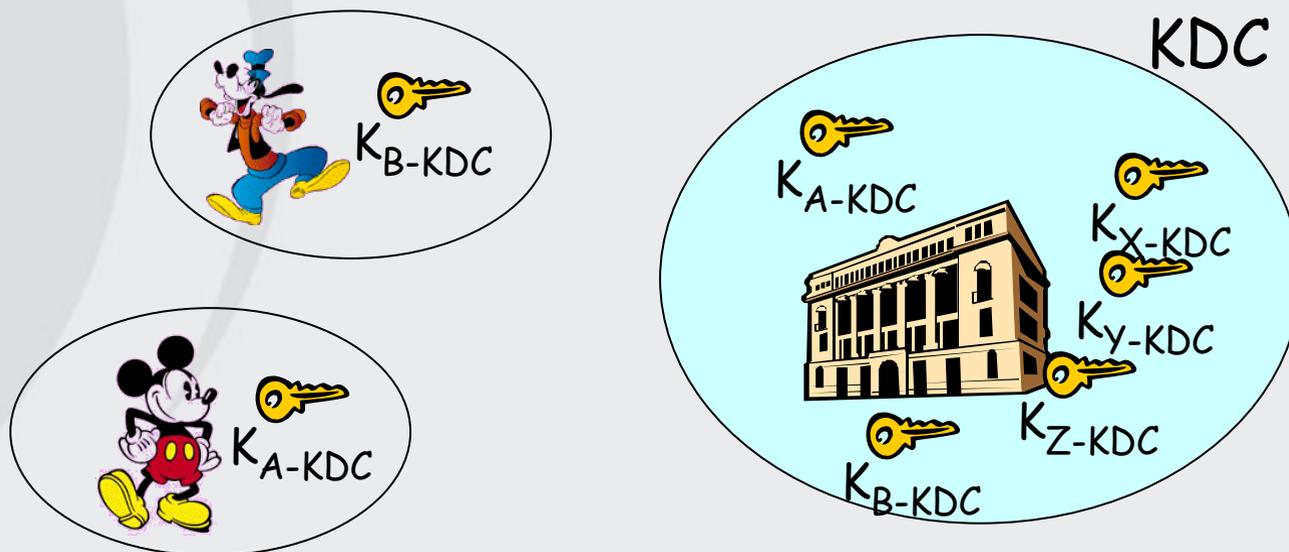
## Problema per la crittografia a chiave simmetrica:

- Come possono le due parti concordare le chiavi prima di comunicare?
- Soluzione:
  - Un centro di distribuzione delle chiavi (KDC, key distribution center) di fiducia funge da intermediario tra le due entità

## Problema per la crittografia a chiave pubblica:

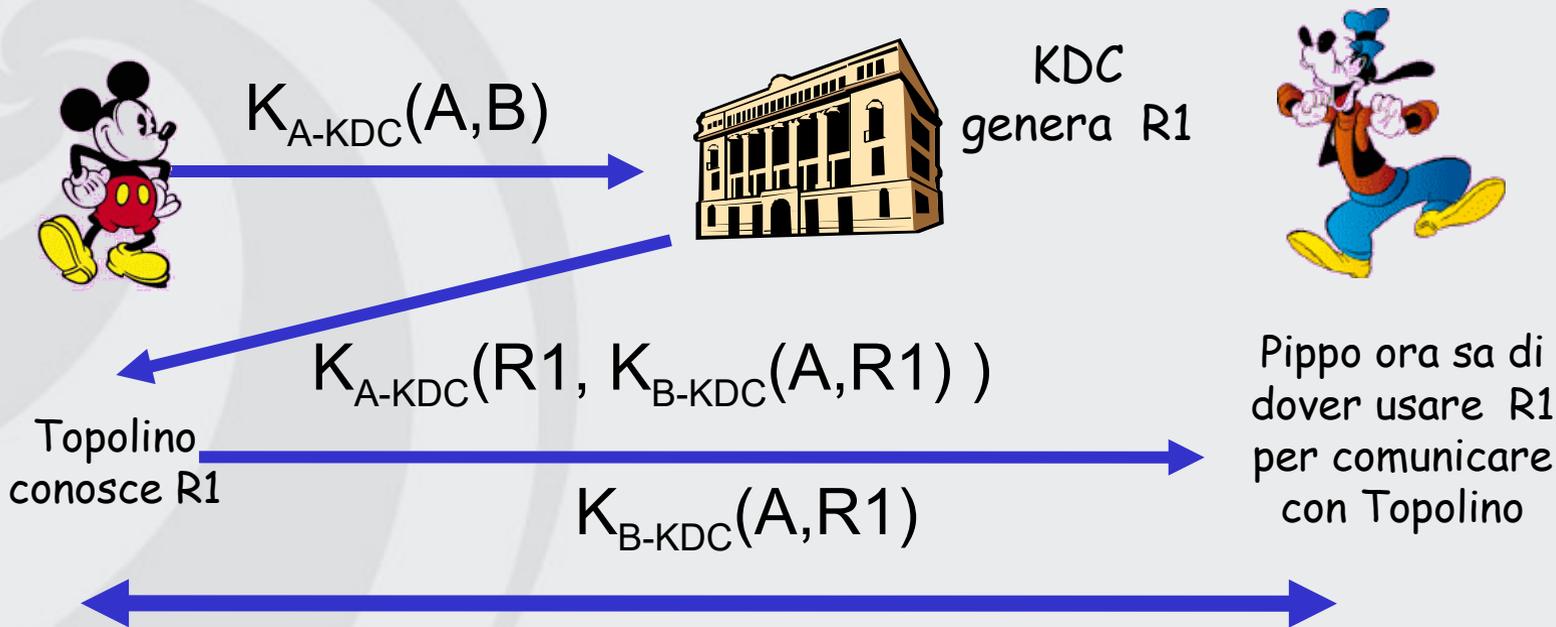
- Quando Topolino riceve la chiave pubblica di Pippo (attraverso un CD, il sito web o via e-mail), come fa a sapere che è veramente la chiave pubblica di Pippo?
- Soluzione:
  - Autorità di certificazione (CA, certification authority)

- Topolino e Pippo vogliono comunicare protetti dalla crittografia a chiave simmetrica, ma non sono in possesso di una chiave segreta condivisa.
- KDC: è un server che condivide diverse chiavi segrete con ciascun utente registrato (molti utenti)
- Topolino e Pippo conoscono solo la propria chiave individuale,  $K_{A-KDC}$   $K_{B-KDC}$ , per comunicare con KDC



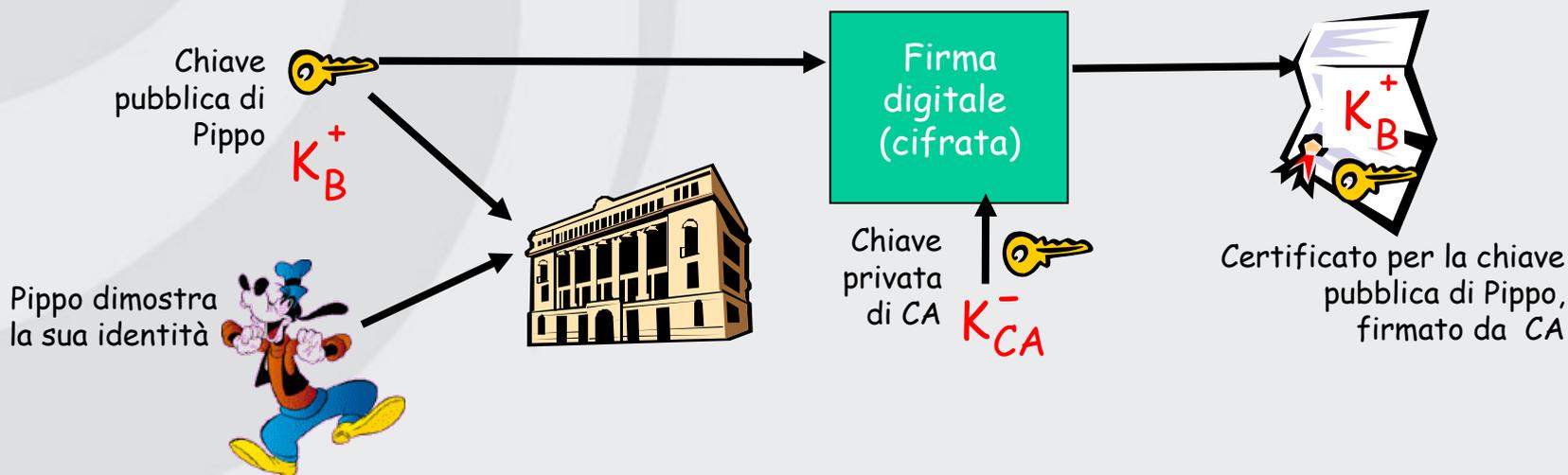
# Centro di distribuzione delle chiavi (KDC)

In che modo KDC consente a Topolino e Pippo di determinare la chiave segreta simmetrica condivisa per comunicare tra loro?



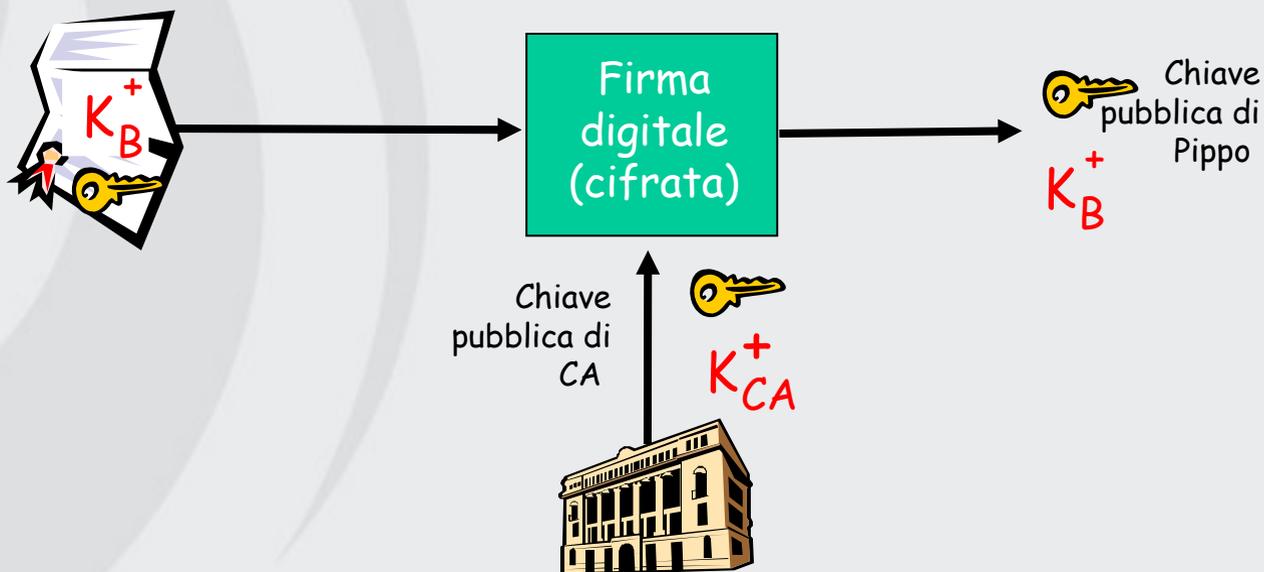
Topolino e Pippo comunicano usando  $R1$  come **chiave di sessione** per la cifratura simmetrica condivisa

- Autorità di certificazione (CA): collega una chiave pubblica a una particolare entità, E
- E (persona fisica, router) registra la sua chiave pubblica con CA
  - E fornisce una “prova d’identità” a CA
  - CA crea un certificato che collega E alla sua chiave pubblica
  - Il certificato contiene la chiave pubblica di E con firma digitale di CA (CA dice “questa è la chiave pubblica di E”)





- Quando Topolino vuole la chiave pubblica di Pippo:
  - prende il certificato di Pippo
  - applica la chiave pubblica di CA al certificato pubblico di Pippo e ottiene la chiave pubblica di Pippo

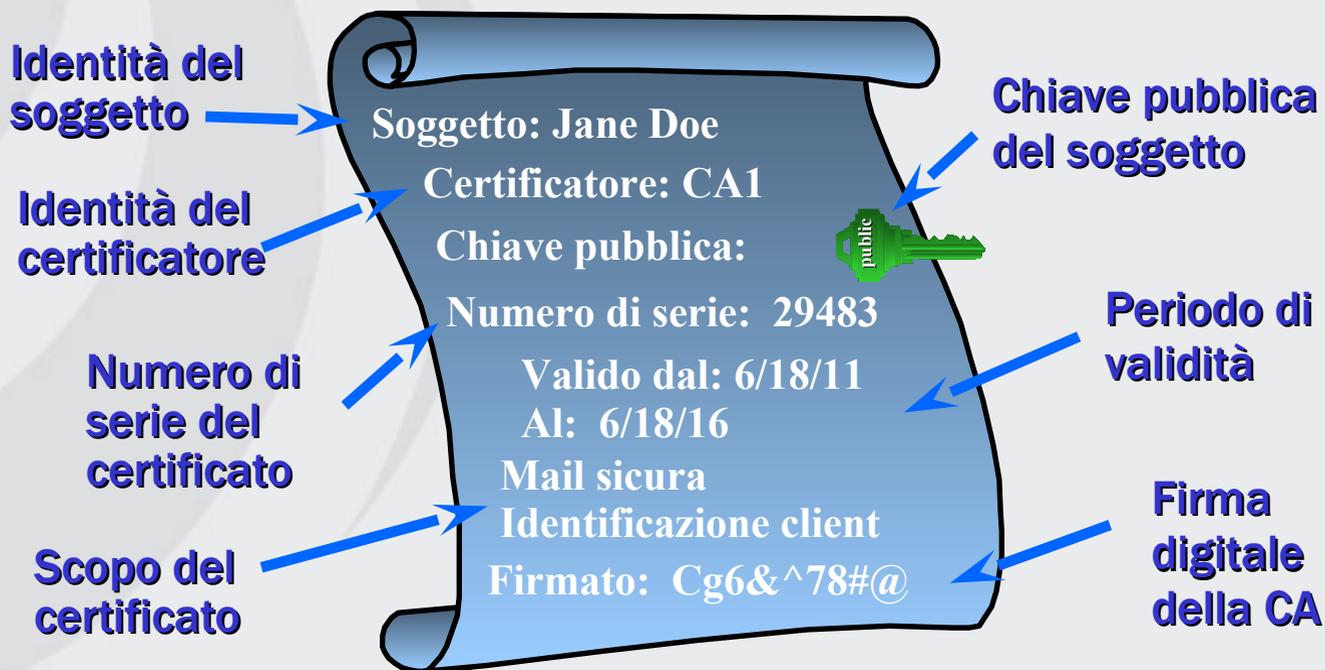




- **Una CA può erogare certificati a:**
  - Se stessa (Root)
  - Un'altra CA (Subordinate)
  - Soggetti finali (utenti, computer)
- **Una CA “fidata” deve fornire**
  - Una prova della sua identità
  - Lista dei certificati revocati
  - Politiche di erogazione dei certificati



- Legano l'identità di un soggetto ad una chiave pubblica
  - La chiave pubblica del soggetto è criptata con la chiave privata di CA (CA firma il certificato)





Computer Vision  
& Multimedia Lab

## Esercizi





- Chiave: chiave
- Testo: dollaro
- Filler: Y

C	H	I/J	A	V
E	B	D	F	G
K	L	M	N	O
P	Q	R	S	T
U	W	X	Y	Z

Dollaro → dolylaro

do → GM

ly → NW

la → NH

ro → TM



- Chiave: sistemioperativi
- Testo: Rossi Paolo
- Filler: Y

S	I/J	T	E	M
O	P	R	A	V
B	C	D	F	G
H	K	L	N	Q
U	W	X	Y	Z

rossipaolo → ro sy si pa ol oy

ro → AP sy → EU si → IT

pa → RV ol → RH oy → AU