

# Intelligenza Artificiale II

Calcolo evolutivo

Elementi di teoria

Marco Piastra

# Varianti del calcolo evolutivo

- Rappresentazione degli individui
  - Vettori di bit, di interi, di numeri reali
  - Grafi
  - Alberi
  - Dimensione fissa, limitata o variabile
- Operatori genetici
  - Mutazione, *crossover*
  - Operatori speciali (dipendenti dalla rappresentazione)
- Metodi di selezione
  - Roulette (fitness proportionate)*
  - Tournament*
- Processo evolutivo
  - Generation-based*
  - Steady state*
- Fitness
  - Scalare
  - Multi-valore (multi-obiettivo)

# Evoluzione di stringhe di bit: schemi e iperpiani

- Spazi di ricerca

Si consideri una popolazione di stringhe binarie di lunghezza tre

Lo spazio di ricerca (tutti i possibili individui) può essere rappresentato come un **cubo**

- Schemi

Lo schema  $1^{**}$  descrive tutti gli individui aventi un 1 al primo posto

Vale a dire, un piano del cubo

Il piano complementare è  $0^{**}$

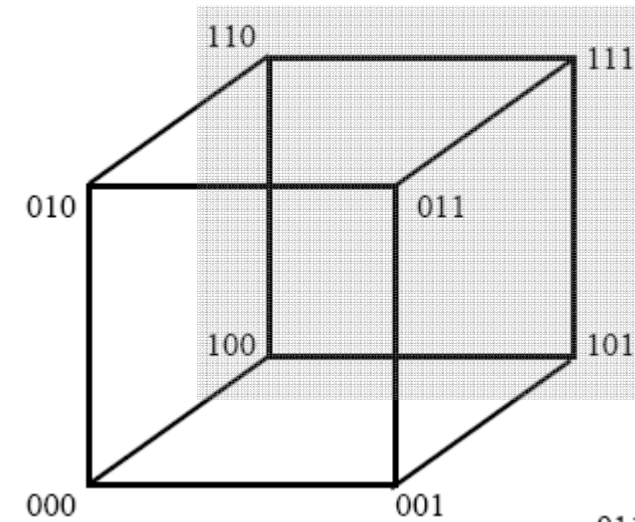
- Ordine degli schemi e generalizzazione

$1^{**}$  descrive un piano di ordine 1, mentre  $*01$  descrive un piano di ordine 2

(ordine = numero di bit definiti)

Generalizzando:

- Lo spazio delle stringhe binarie (di lunghezza  $n$ ) è un **ipercubo** (di ordine  $n$ )
- Ogni schema descrive un **iperpiano** (di ordine pari al numero di bit definiti)



# Schemi, campionamento e fitness



## ■ Schemi e campionamento

Una popolazione contiene un campione di ciascuno schema

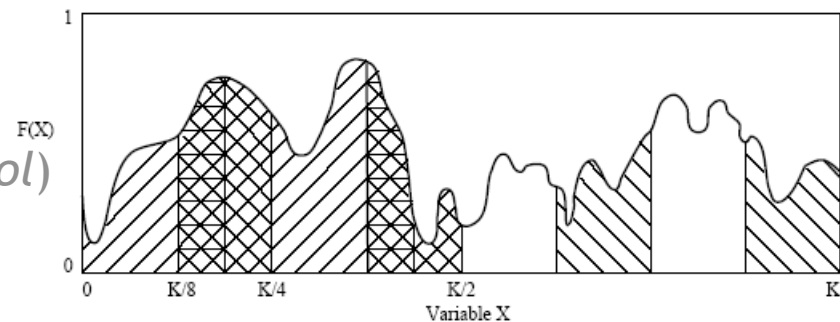
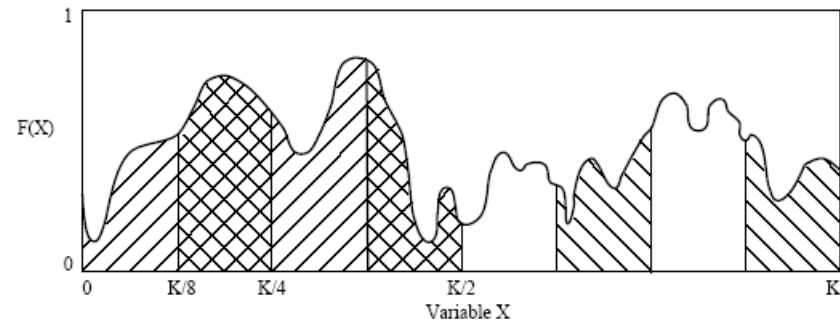
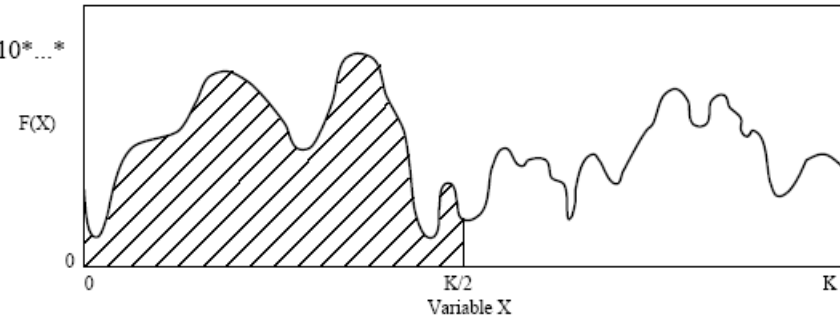
Si assume che la ricerca avvenga su più iverpiani in parallelo

## ■ Fitness di uno schema

E' il valor medio delle *fitness* del campione (i.e. tutti gli individui appartenenti all'iperpiano)

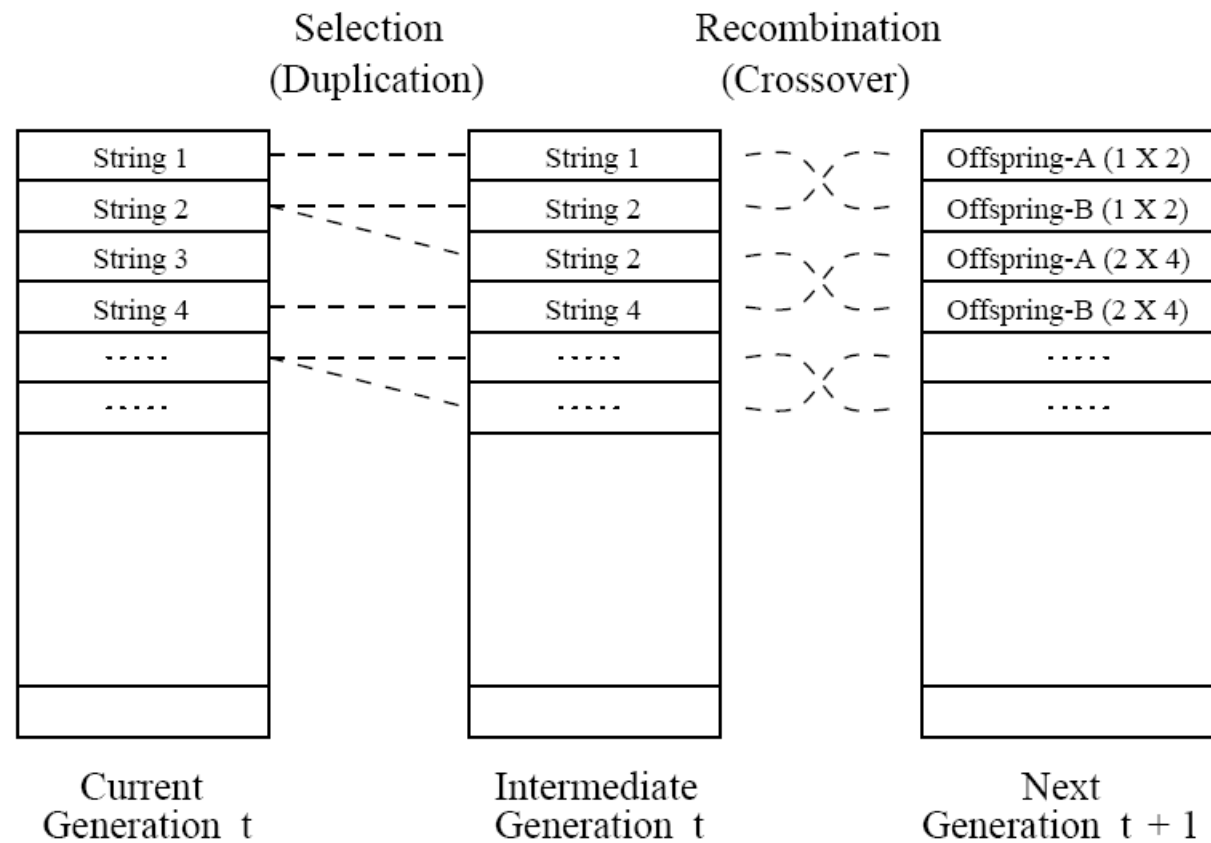
## ■ Selezione *fitness proportionate*

La strategia di selezione premia (con una maggiore presenza nel *mating pool*) i campioni a *fitness* più elevata



# Mating pool

Serve a descrivere i risultati che seguono



Il *mating pool* è l'insieme degli individui selezionati per la ricombinazione

# Campioni e selezione

## ■ Esempio

Costruzione di un *mating pool*

Popolazione casuale  
di 21 individui

Mean

*fitness* media dello schema

Count

campioni nella popolazione

Expect

attesi nel *mating pool*

Obs

campioni nel *mating pool*

Schemata and Fitness Values									
Schema	Mean	Count	Expect	Obs	Schema	Mean	Count	Expect	Obs
101*...*	1.70	2	3.4	3	*0**...*	0.991	11	10.9	9
111*...*	1.70	2	3.4	4	00**...*	0.967	6	5.8	4
1*1*...*	1.70	4	6.8	7	0***...*	0.933	12	11.2	10
*01*...*	1.38	5	6.9	6	011*...*	0.900	3	2.7	4
**1*...*	1.30	10	13.0	14	010*...*	0.900	3	2.7	2
*11*...*	1.22	5	6.1	8	01**...*	0.900	6	5.4	6
11**...*	1.175	4	4.7	6	0*0*...*	0.833	6	5.0	3
001*...*	1.166	3	3.5	3	*10*...*	0.800	5	4.0	4
1***...*	1.089	9	9.8	11	000*...*	0.767	3	2.3	1
0*1*...*	1.033	6	6.2	7	**0*...*	0.727	11	8.0	7
10**...*	1.020	5	5.1	5	*00*...*	0.667	6	4.0	3
*1**...*	1.010	10	10.1	12	110*...*	0.650	2	1.3	2
****...*	1.000	21	21.0	21	1*0*...*	0.600	5	3.0	4
					100*...*	0.566	3	1.70	2

## ■ In generale

$$M(H, t + intermediate) = M(H, t) \frac{f(H, t)}{\bar{f}}$$

$M(H, t)$  è la dimensione del campione dell'iperpiano  $H$  alla generazione  $t$

$t + intermediate$  è l'istante intermedio tra due generazioni

Dopo la selezione del *mating pool*, prima di *crossover* e mutazione

$f(H, t)$  è la *fitness* media del campione di  $H$  alla generazione  $t$

$\bar{f}$  è la *fitness* media del campione

# Crossover, mutazione e schemi

- *Crossover* e vulnerabilità degli schemi

Un *crossover* che ‘taglia a metà’ uno schema lo sconvolge:  
schemi più lunghi sono dunque più vulnerabili

La *defining length*  $\Delta(H)$  di uno schema è la distanza massima tra i bit definiti

$\Delta(H)$  di `**10****` è 1

$\Delta(H)$  di `**10*0**` è 3

$\Delta(H)$  di `1*10**0*` è 6

La probabilità che il *crossover* ‘tagli’ uno schema è quindi  $p_c \frac{\Delta(H)}{L-1}$ ,  
dove  $L$  è la lunghezza degli individui e  $p_c$  la probabilità  
di occorrenza del *crossover*

- Mutazione e schemi

Detto  $o(H)$  l’ordine dello schema  $H$  (il numero di bit predefiniti)

La probabilità che lo schema sopravviva intatto è  $(1 - p_m)^{o(H)}$

dove  $p_m$  è la probabilità che uno dei bit definiti venga mutato

## Schema Theorem (Holland, 1975)

### ■ Probabilità e generazioni

Definita come  $P(H,t)$  la frequenza relativa dei campioni di  $H$  nella generazione  $t$  (i.e. una probabilità)

Il teorema stabilisce una relazione tra  $P(H,t)$  e  $P(H,t+1)$

$$P(H,t+1) \geq P(H,t) \frac{f(H,t)}{\bar{f}} \left[ 1 - p_c \frac{\Delta(H)}{L-1} \left( 1 - P(H,t) \frac{f(H,t)}{\bar{f}} \right) \right] (1 - p_m)^{o(H)}$$

| Frequenza relativa di campioni di  $H$  alla generazione  $t+1$   
 |  
 | Probabilità di sopravvivenza a *crossover* e mutazione  
 | Proporzione attesa per la selezione  
 | Frequenza relativa di campioni di  $H$  alla generazione  $t$



# Caratteristiche del calcolo evolutivo

## ▪ Processo evolutivo

Convergente (nel senso di crescita degli schemi a *fitness* più alta)

(data una ragionevole scelta di  $p_c$  e  $p_m$ )

Non c'è garanzia di convergenza verso un ottimo globale

Come metodo di ottimizzazione

*Black box*:

le operazioni sul genotipo prescindono dalle caratteristiche della funzione di fitness

Approssimato: manca la garanzia di convergenza ad un ottimo (locale o globale)

*Anytime*: in qualsiasi momento si può ottenere una soluzione approssimata

Robusto: poco influenzato dai massimi locali

## ▪ Operatori genetici ed individui

Gli schemi **corti e compatti** 'sopravvivono' meglio

Minore probabilità di 'taglio' da parte del crossover

Minore probabilità di sconvolgimento da parte della mutazione

Gli schemi devono avere una lunghezza sufficiente

Che permetta loro di esprimere un carattere significativo

## ***Building-block hypothesis***

- ***Dallo Schema Theorem***

I blocchi compatti e più corti hanno maggiore probabilità di sopravvivere intatti al campionamento (*crossover*)

Aumentando quindi rapidamente la propria presenza nella popolazione

- ***Building-block hypothesis***

Il calcolo evolutivo è particolarmente efficiente su problemi la cui soluzione è decomponibile in blocchi (di qualsiasi natura)

Ciò spiegherebbe la grande dipendenza dei risultati dal metodo di codifica del genotipo

Riscontrabile nella pratica

Intuitivamente vero nel caso del GP (programmazione a blocchi)

L'ipotesi si scontra con numerosi esempi controfattuali

Non vale quindi in generale

## Ancora sullo *Schema Theorem*

Lo *Schema Theorem* descrive l'occorrenza di campioni in due generazioni successive  
Non descrive la tendenza a lungo termine del processo

### ▪ Limiti di popolazione

Si consideri una popolazione di 100 stringhe di 8 bit, generate casualmente  
In media si avranno:

50 campioni di **\*\*1\*\*\*\*\***

25 campioni di **\*\*10\*\*\*\*\***

12.5 campioni di **\*\*101\*\*\***

$\frac{100}{2^n}$  campioni di uno schema di ordine  $n$

Il campionamento può diventare insufficiente per schemi più grandi

### ▪ Limiti di crescita dei campioni

Due schemi **\*1\*\*\*\*\*** e **\*\*00\*\*\*\*\*** potrebbero avere entrambi una *fitness* elevata

Ma sono in conflitto (terzo bit): i due campioni non possono crescere indefinitamente

La crescita simultanea dei campioni è possibile solo per schemi compatibili

## ***No Free Lunch Theorem*** (Walpert & Macready, 1996)

- Le performance medie dei metodi *black-box* sono identiche  
Si considerano tutte le possibili funzioni da ottimizzare

$$\sum_f P(d_m^y | f, m, a_1) = \sum_f P(d_m^y | f, m, a_2).$$

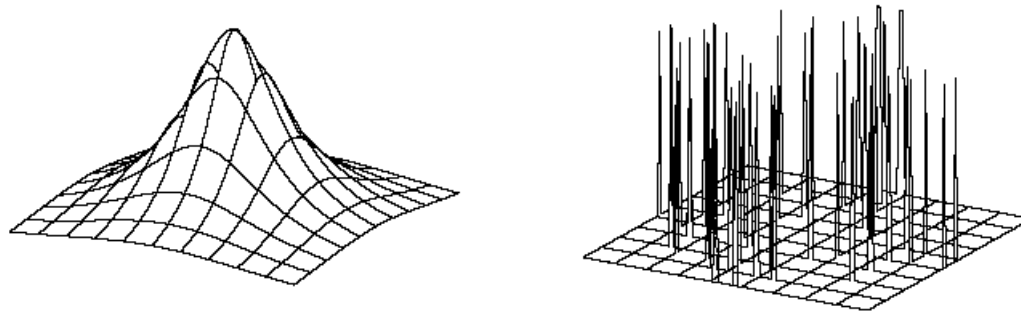
$P(d_m^y | f, m, a_1)$  è la probabilità che un algoritmo  $a_1$  trovi un campione per cui la funzione  $f$  ha valore  $d_m^y$  in esattamente  $m$  passi  
La sommatoria è estesa a tutte le possibili funzioni  $f$

- Significato  
Non esiste un metodo *black-box* che sia migliore in tutti i casi  
La bontà del metodo è tipicamente legata alla classe di problemi

# Spazio di ricerca del *Genetic Programming*

Piccole variazioni del genotipo (p.es. cambio di un'istruzione) provocano grandi variazioni del valore di fitness

Si parla di *ruggedness* (asprezza) del *fitness landscape* in un problema GP



## ■ Osservazioni

In un simile spazio di ricerca, si possono applicare solo metodi *black box*

Per il *No Free Lunch Theorem*, il calcolo evolutivo (ed il GP in particolare) è migliore della ricerca casuale solo in una determinata classe di problemi

Nella pratica, spesso lo è

Ma non esiste un soddisfacente inquadramento teorico di tale classe di problemi

## Problemi tipici: *takeover*

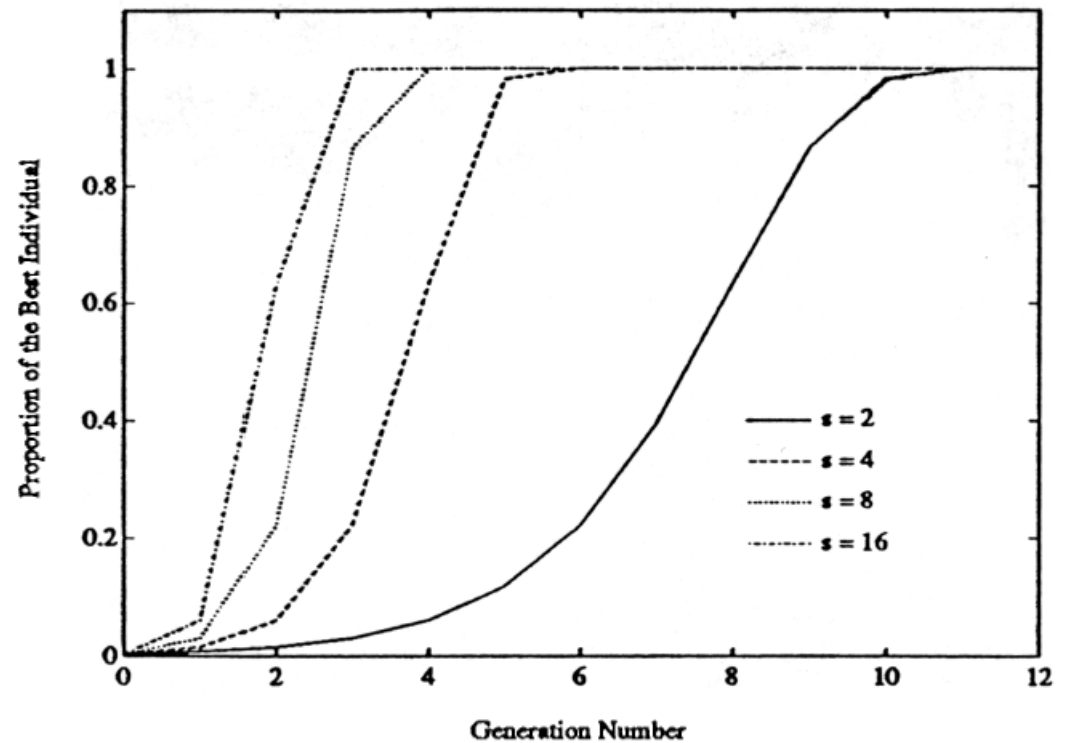
- Perdita della diversità della popolazione

Un aumento eccessivo della pressione selettiva per accelerare il processo

p.es. aumento della dimensione della dimensione  $k$   
nella selezione a *tournament*

Causa il prevalere  
di un singolo individuo

la popolazione perde  
diversità  
il processo evolutivo  
si arresta



## Problemi tipici: *bloating*

- Gigantismo degli individui (*bloating*)

Gli operatori genetici (p.es. *crossover*) non limitano le dimensioni dell'*offspring*

Individui più grandi (con parti ridondanti) preservano meglio la fitness

E` più alta la probabilità che gli operatori genetici alterino le parti ridondanti

Risultato: esplosione delle dimensioni degli individui

Fenomeno molto più marcato nel caso di processi non convergenti (può essere un indizio ...)

Rimedi:

In un processo convergente, spesso il problema si risolve da solo

Uso della *parsimony pressure*:

la fitness penalizza gradualmente gli individui più grandi

# Evoluzione *steady-state*

- Principio di base

  - In un processo generazionale

    - Si hanno successive popolazioni (generazioni)

    - Prodotte iterativamente per selezione ed applicazione degli operatori genetici

  - In un processo *steady-state*

    - Si ha un'unica popolazione di dimensione costante

    - L'offspring prodotto ad ogni iterazione rimpiazza individui esistenti

    - Si usa una selezione 'inversa' per identificare gli individui da sostituire

      - Gli individui a fitness minore hanno maggiore probabilità di essere rimpiazzati

- Motivazione

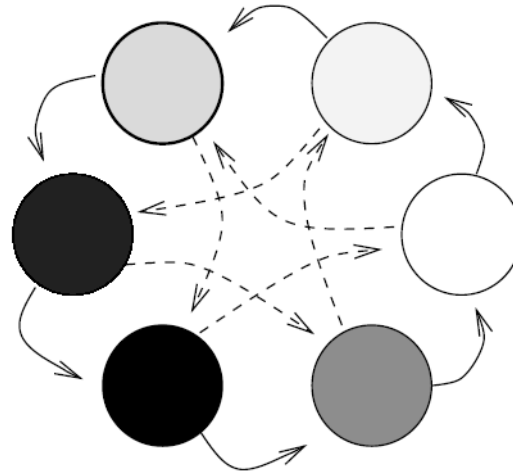
  - Risparmio di memoria

  - Popolazione condivisa in un sistema di valutazione parallela

    - Diverse cpu eseguono il ciclo iterativo sulla stessa popolazione (database)



## Evoluzione parallela: *island model*



### ▪ Island model

#### Diverse popolazioni (*island*)

Ciascuna (tipicamente) gestita da una singola CPU

Gli individui sono dello stesso tipo (con qualche possibile, limitata eccezione)

L'evoluzione avviene in modo indipendente su ciascuna *island*

Occasionalmente, si possono avere migrazioni tra *island*

Selezione degli individui

Comunicazione via code (asincrona)