

Logica Formale

Introduzione

Marco Piastra

Sistemicità del linguaggio naturale

- Capacità di *astrazione* della descrizione simbolica:
molti fenomeni linguistici sono *sistematici*
(la loro complessità trascende le possibilità di un semplice *pattern-matching*)

Una persona che comprende l'italiano non può comprendere:

“Silvia ama Enrico”

senza al tempo stesso comprendere:

“Enrico ama Silvia”

così come qualsiasi frase del tipo:

“X ama Y”

dove X ed Y possono essere nomi o descrizioni definite qualsiasi:

“L'amica di Renato ama il gatto di Paolo”

(adattato da Fodor e Phylyshyn, 1988)

Ragionar per schemi: *sillogismo*

Molti ragionamenti accettabili sono *schematici*

Tutte le cose mortali sono destinate a morire

Tutti gli uomini sono cosa mortale

Tutti gli uomini sono destinati a morire

Ragionar per schemi: *sillogismo*

Molti ragionamenti accettabili sono *schematici*

Tutte (*le cose mortali*) sono (*destinate a morire*)

Tutti (*gli uomini*) sono (*cosa mortale*) quindi

Tutti (*gli uomini*) sono (*destinati a morire*)

Schema astratto:

Tutti *i C* sono *M*

Tutti *gli U* sono *C* quindi

Tutti *gli U* sono *M*

Ragionar per schemi: *sillogismo*

Molti ragionamenti accettabili sono *schematici*

Tutte (le cose mortali) sono (destinate a morire) quindi

Tutti (gli uomini) sono (cosa mortale)

Tutti (gli uomini) sono (destinati a morire)

Schema astratto:

Tutti i **C** sono **M** quindi

Tutti gli **U** sono **C**

Tutti gli **U** sono **M**

*ATTENTI A DOVE METTETE LA LINEA!
In questo caso, intuitivamente, l'esempio
non è più corretto*

Ragionar per schemi: *sillogismo*

Molti ragionamenti accettabili sono *schematici*

Tutte (*le cose mortali*) sono (*destinate a morire*)

Tutti (*gli uomini*) sono (*destinati a morire*) quindi

Tutti (*gli uomini*) sono (*cosa mortale*)

Schema astratto:

Tutti *i C* sono *M*

Tutti *gli U* sono *M* quindi

Tutti *gli U* sono *C*

ATTENTI ALL'ORDINE DELLE FRASI!

*In questo caso, intuitivamente, l'esempio
non è più corretto*

Ragionar per schemi: *sillogismo*

Molti ragionamenti accettabili sono *schematici*

Tutte (*le cose mortali*) sono (*destinate a morire*)

Tutti (*gli uomini*) sono (*cosa mortale*) quindi

Tutti (*gli uomini*) sono (*destinati a morire*)

Schema astratto:

Tutti *i C* sono *M*

Tutti *gli U* sono *C* quindi

Tutti *gli U* sono *M*

Gli schemi non dipendono dalla *verità* (qualunque cosa sia):

Tutte (*le creature incantate*) sono (*in un mondo fantastico*)

Tutti (*gli unicorni*) sono (*creature incantate*) quindi

Tutti (*gli unicorni*) sono (*in un mondo fantastico*)

Tutte (*le creature incantate*) sono (*creature reali*)

Tutti (*gli unicorni*) sono (*creature incantate*) quindi

Tutti (*gli unicorni*) sono (*creature reali*)

*Lo schema è lo stesso
(anche se non è facile da credere).*

Fallacia degli schemi (*paralogismi*)

Difetto nello schema (distinzione tra premesse e conseguenza):

Tutte (*le cose mortali*) sono (*destinate a morire*)

Tutti (*gli uomini*) sono (*destinati a morire*)

Tutti (*gli uomini*) sono (*cosa mortale*)

*Le ultime due frasi
sono state scambiate*

Ambiguità del linguaggio:

(*Niente*) è meglio della (*felicità eterna*)

(*Un panino al prosciutto*) è meglio di (*niente*)

(*Un panino al prosciutto*) è meglio della (*felicità eterna*)

Oscure sottigliezze di significato:

Tutti (*gli unicorni*) sono (*creature incantate*)

Tutti (*gli unicorni*) sono (*a quattro zampe*)

Esiste un (*unicorno*) che è (*una creatura incantata a quattro zampe*)

Che intendiamo per “tutti”? Si può assumere che ciò implichi “almeno uno”?

Se fosse così, il ragionamento avrebbe come premessa l’esistenza degli unicorni (e sarebbe quindi accettabile)

Scopo della logica moderna

*Distinguere i ragionamenti corretti
da quelli che non lo sono*

Scopo della logica moderna

*Distinguere i ragionamenti corretti
da quelli che non lo sono
in base alla struttura formale*

Esempio preliminare

- Soluzione di equazioni algebriche

$$x^2 + ax + b = 0$$

$$x^2 + 2(a/2)x + a^2/4 - a^2/4 + b = 0$$

$$(x + a/2)^2 - a^2/4 + b = 0$$

$$(x + a/2)^2 = a^2/4 - b$$

$$x = -a/2 \pm (a^2/4 - b)^{1/2}$$

Una serie di passaggi: si applicano regole (formali) di trasformazione

Esempio preliminare

- Soluzione di equazioni algebriche

$$x^2 + ax + b = 0$$

$$x^2 + 2(a/2)x + a^2/4 - a^2/4 + b = 0$$

$$(x + a/2)^2 - a^2/4 + b = 0$$

$$(x + a/2)^2 = a^2/4 - b$$

$$x = -a/2 \pm (a^2/4 - b)^{1/2}$$

Una serie di passaggi: si applicano regole (formali) di trasformazione

- Partenza ed arrivo

Si parte da una premessa

Esempio preliminare

- Soluzione di equazioni algebriche

$$x^2 + ax + b = 0$$

$$x^2 + 2(a/2)x + a^2/4 - a^2/4 + b = 0$$

$$(x + a/2)^2 - a^2/4 + b = 0$$

$$(x + a/2)^2 = a^2/4 - b$$

$$x = -a/2 \pm (a^2/4 - b)^{1/2}$$

Una serie di passaggi: si applicano regole (formali) di trasformazione

Partenza ed arrivo

Si parte da una premessa

Si arriva ad una conclusione

(Entrambe decise da noi)

Esempio preliminare

- Soluzione di equazioni algebriche

$$x^2 + ax + b = 0$$

$$x^2 + 2(a/2)x + a^2/4 - a^2/4 + b = 0$$

$$(x + a/2)^2 - a^2/4 + b = 0$$

$$(x + a/2)^2 = a^2/4 - b$$

$$x = -a/2 \pm (a^2/4 - b)^{1/2}$$

Una serie di passaggi: si applicano regole (formali) di trasformazione

Partenza ed arrivo

Si parte da una premessa

Si arriva ad una conclusione

(Entrambe decise da noi)

Sequenza di 'passaggi'

Ciascuna espressione esprime l'identità tra numeri, in forma *algebraica*

Ogni passaggio da un'espressione ad un'altra deve essere corretto

Esempio preliminare

- Soluzione di equazioni algebriche

$$x^2 + ax + b = 0$$

$$x^2 + 2(a/2)x + a^2/4 - a^2/4 + b = 0$$

$$(x + a/2)^2 - a^2/4 + b = 0$$

$$(x + a/2)^2 = a^2/4 - b$$

$$x = -a/2 \pm (a^2/4 - b)^{1/2}$$

Una serie di passaggi: si applicano regole (formali) di trasformazione

Partenza ed arrivo

Si parte da una premessa

Si arriva ad una conclusione

(Entrambe decise da noi)

Sequenza di 'passaggi'

Ciascuna espressione esprime l'identità tra due numeri

Ogni passaggio da un'espressione ad un'altra deve essere corretto

Astrazione e correttezza

I simboli x , a e b indicano un qualsiasi numero reale, le identità sono valide comunque

La *correttezza*?